

# Statistische Parametersynthese für hybride Systeme

Christian Schwarz  
chrschwarz@uni-koblenz.de



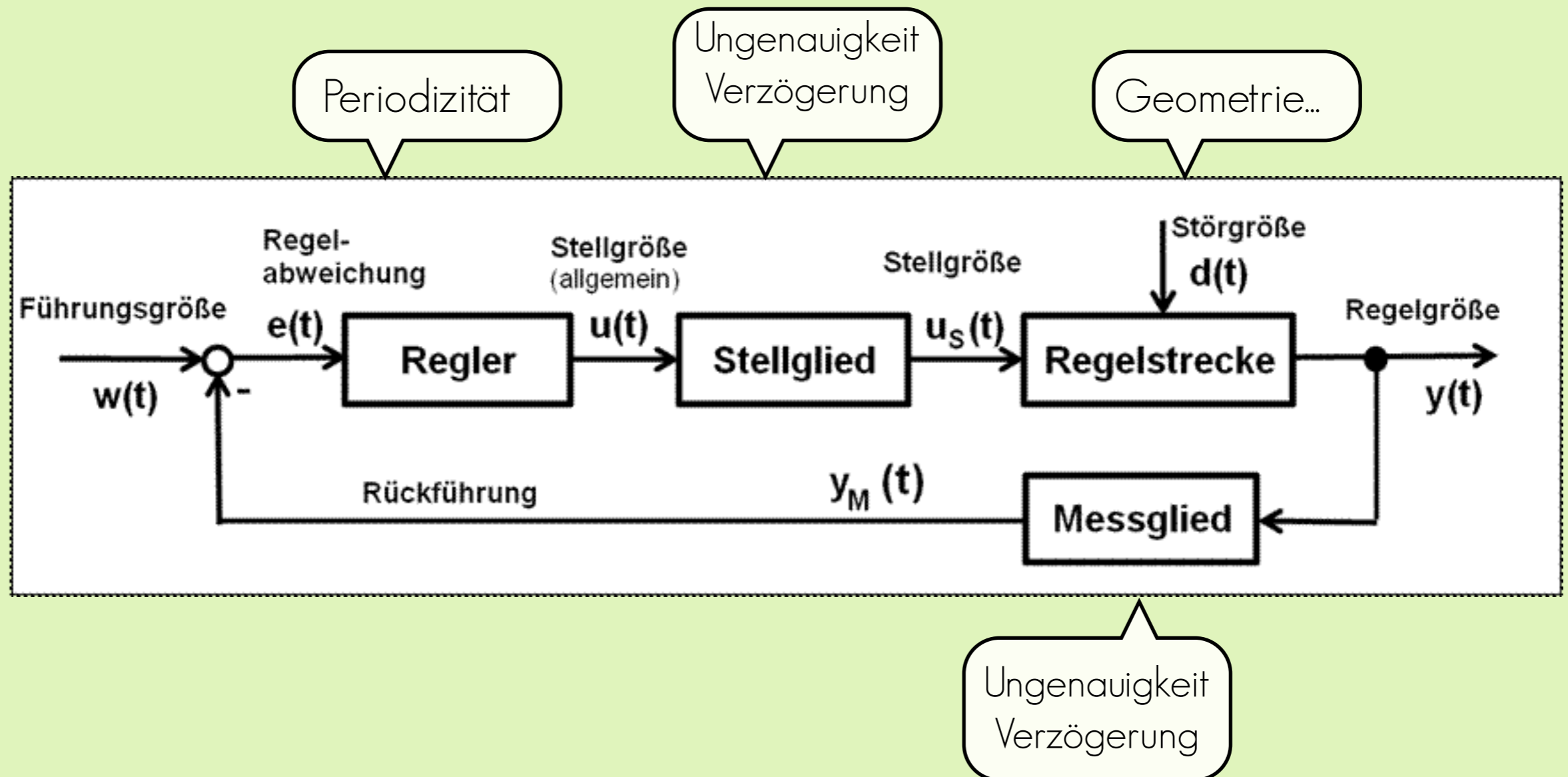
# Motivation

- Szenario: Sicherheitskritische Cyber-Physikalische Systeme
- Aufgabe: Finden von sicheren Parametern für das System
- Klassische Ansätze haben Probleme mit komplexen und nicht-linearen Systemen



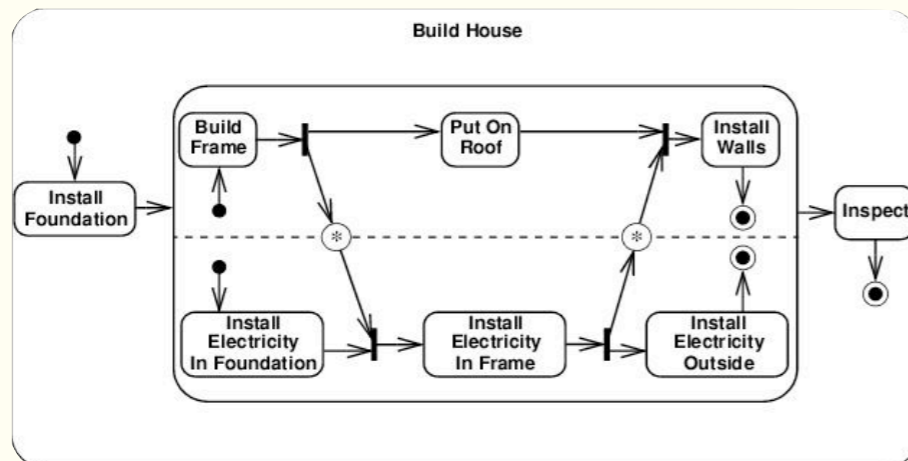
# Warum Parametersynthese?

- Unterstützung des Entwicklers zur Designzeit
- Validierung einer ganzen Klasse von Systemen



## Rechensysteme

Diskrete Zustandsübergänge



## Physikalische Systeme

Kontinuierliche Zustandsübergänge

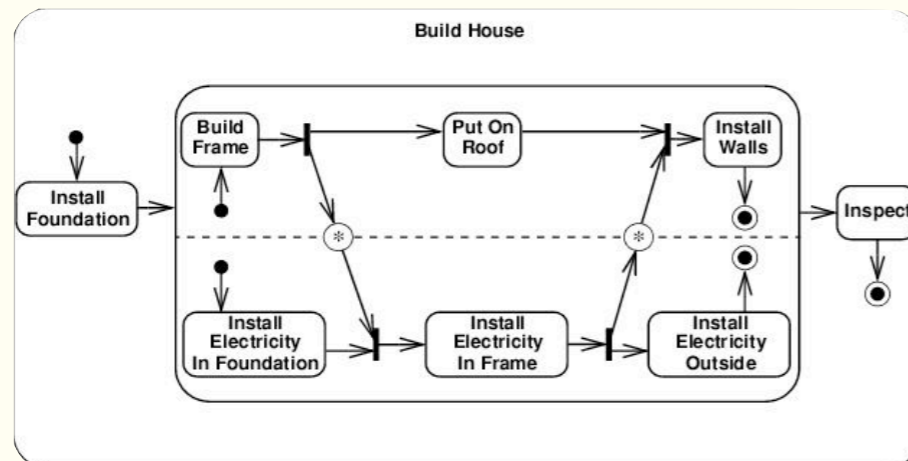
$$\dot{v} = g - \frac{kv^2}{m}$$

# Hybride Systeme

Kontinuierliche und diskrete Zustandsübergänge

## Rechensysteme

Diskrete Zustandsübergänge



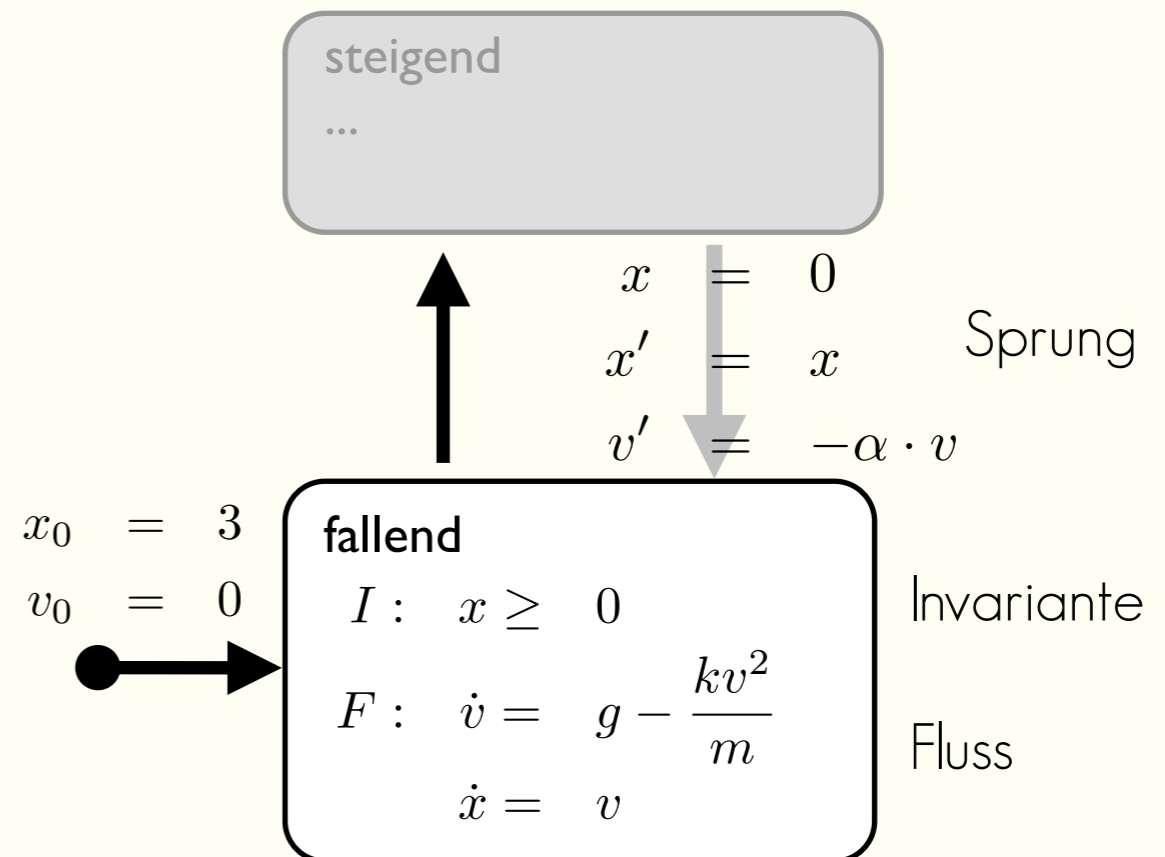
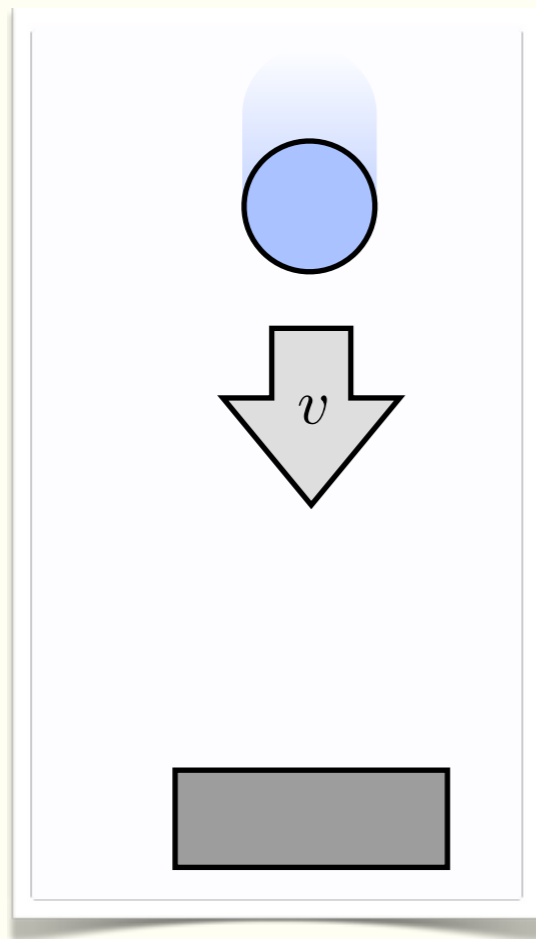
## Physikalische Systeme

Kontinuierliche Zustandsübergänge

$$\dot{v} = g - \frac{kv^2}{m}$$

# Modellierungssprache

## Hybride Automaten (HA) am Beispiel



# Modellierungssprache

Determinismus	Determiniert	Stochastisch		Nicht-determiniert
Verifizierung	Simulation	SMC	Symbolisch	
			PMC	MC
Dynamik	beliebig		stark eingeschränkt	

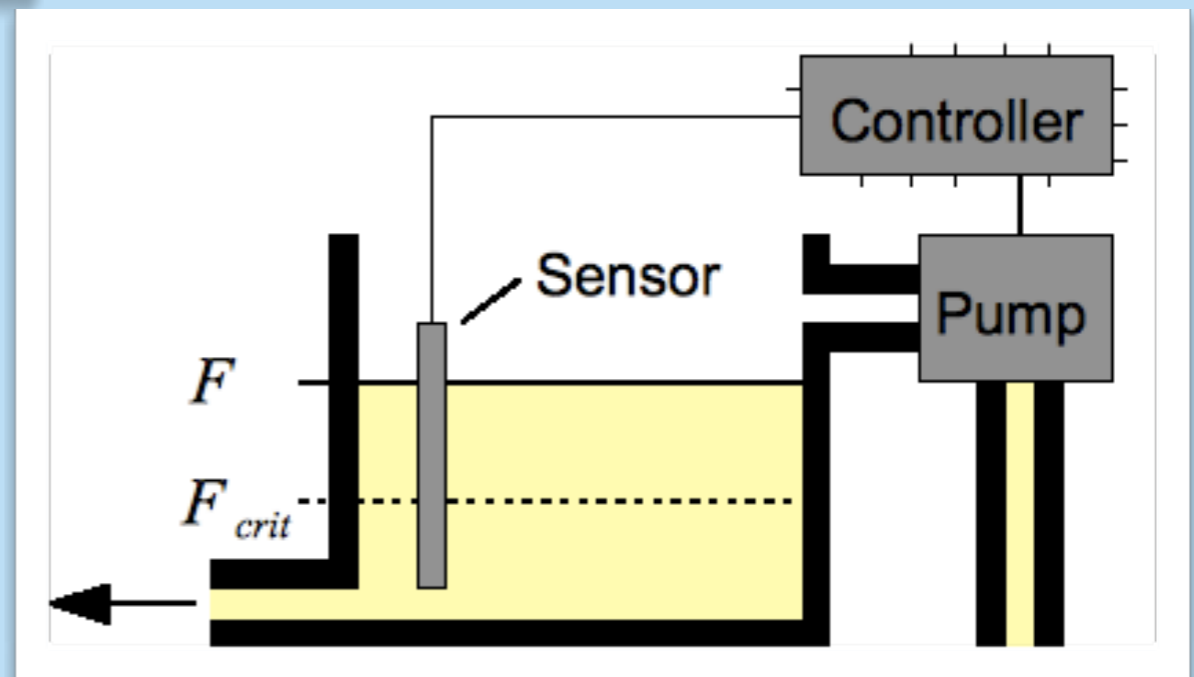
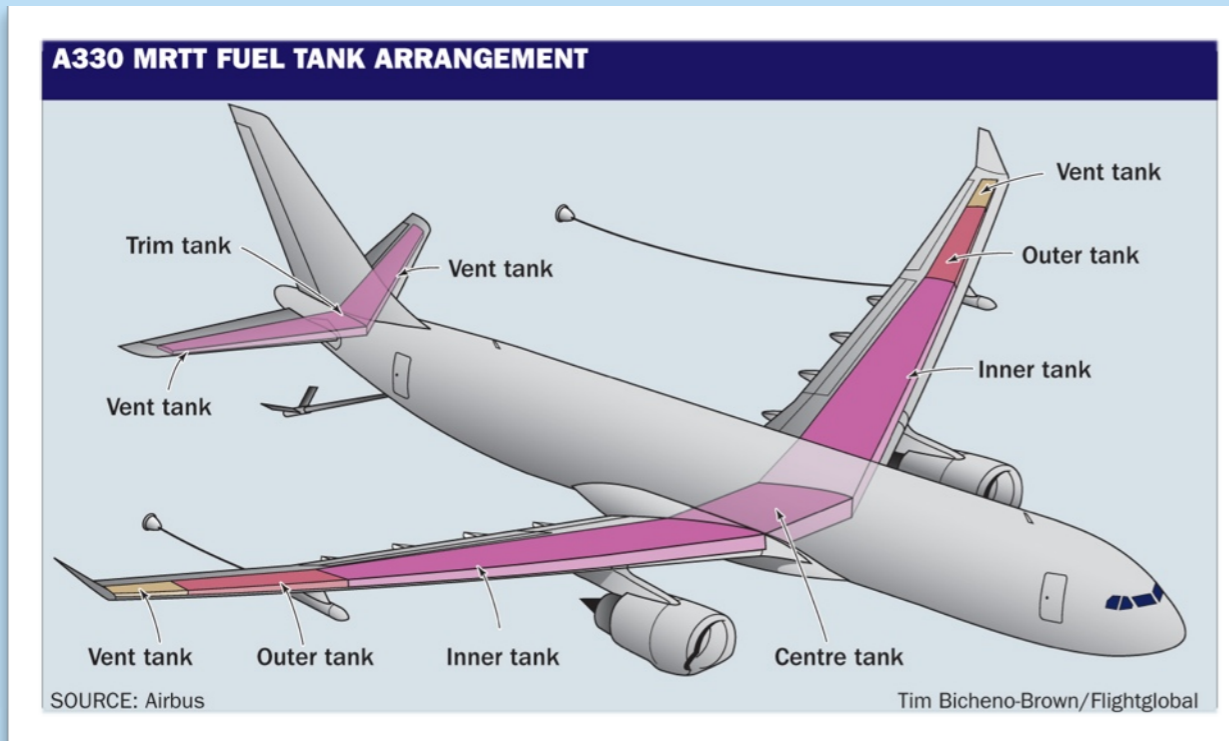
# Modellierungssprache

## Parametrisierbare Stochastische Hybride Automaten (PSHA)

- Parameter sind überall erlaubt, wo auch numerische Konstanten auftreten können
- kein nicht-stochastischer Nicht-Determinismus
- Stochastische Auswahl nur beim Sprung
- grundsätzlich beliebige Dynamik erlaubt, solange sie numerisch berechnet werden kann



# Fallbeispiel



# Fallbeispiel

Tank

- Sicherheitsbedingung

Sensor

- Messfehler
- Alter des Messdatums

Pumpe

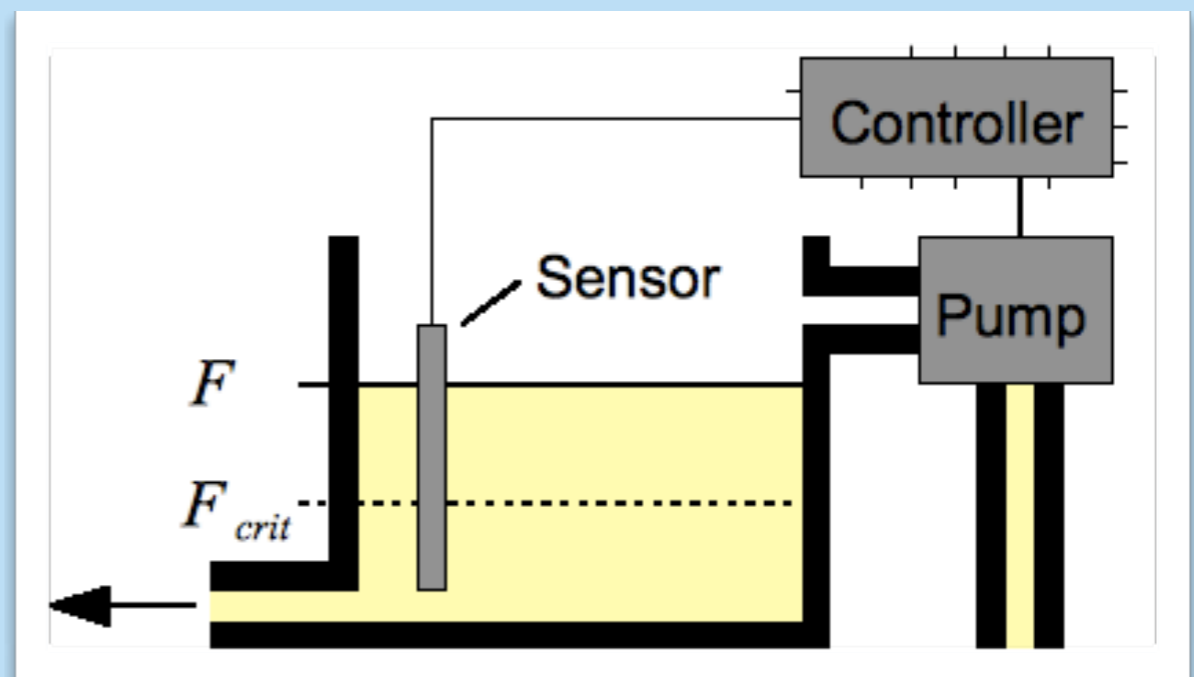
- Verzögerung

Kontrollprozess

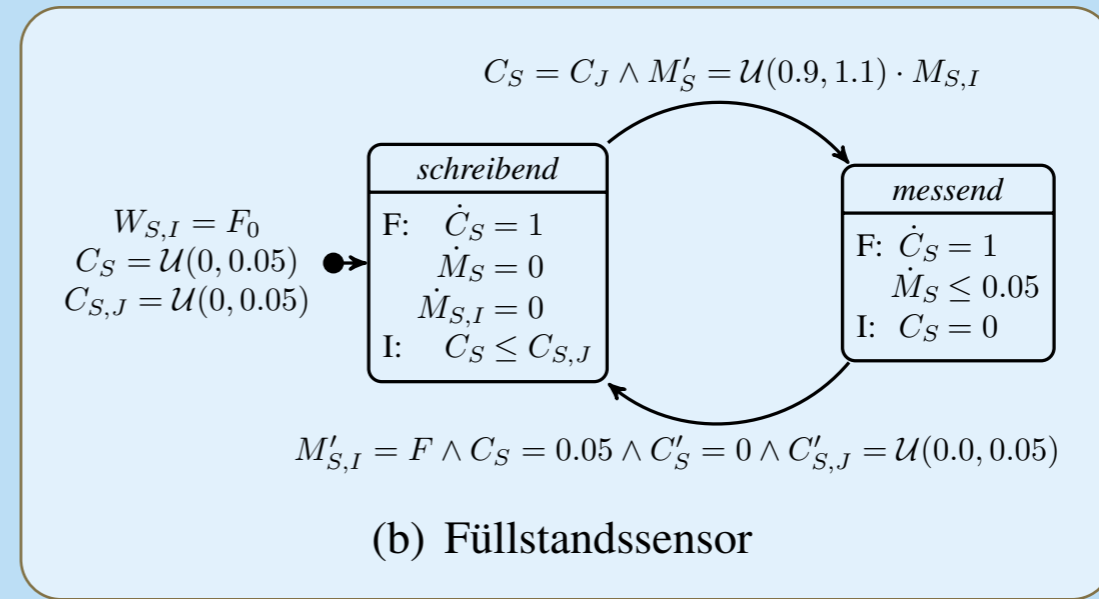
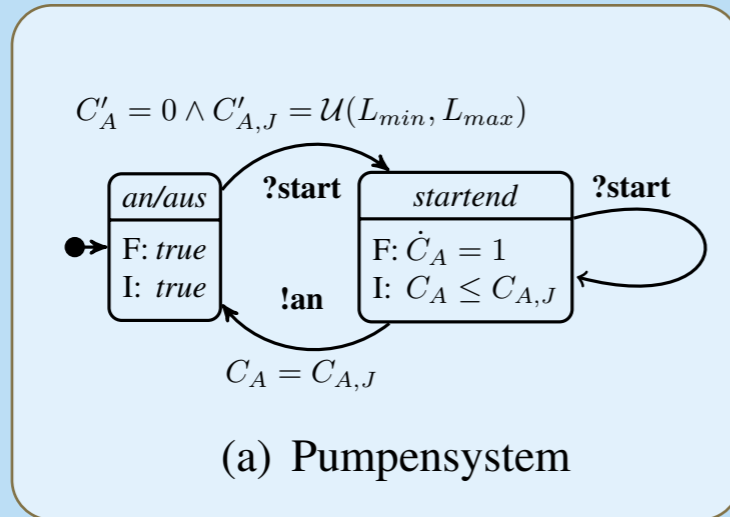
- Unterbrechbar
- Periodisch

```

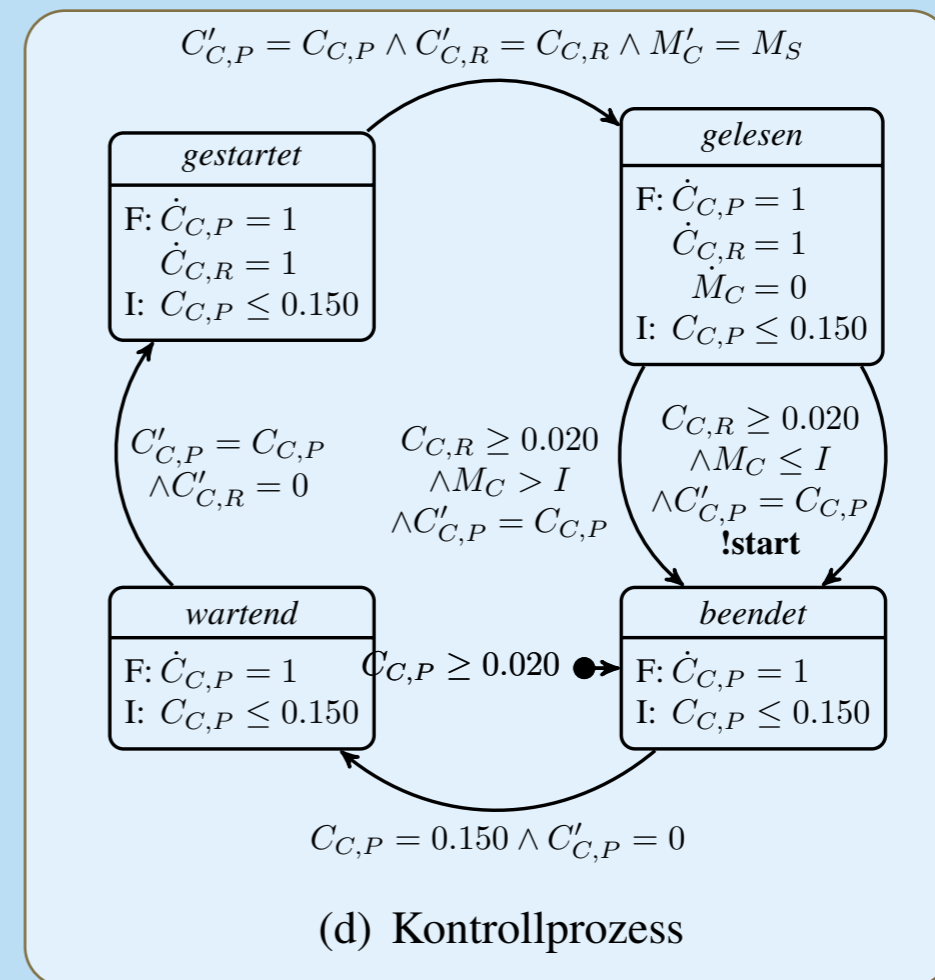
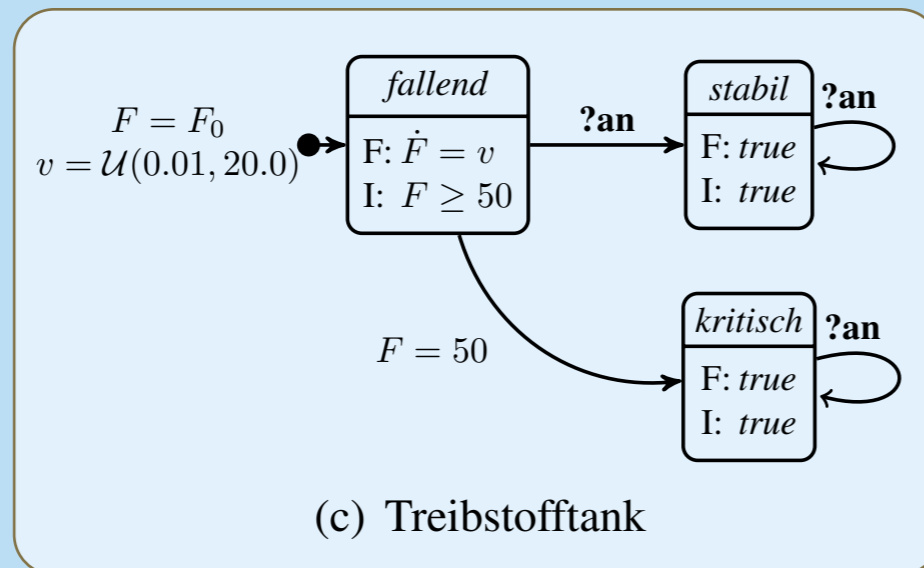
while true
  x = hole Sensordatum()
  if (x <= I)
    startePumpe()
  endif
endwhile
  
```



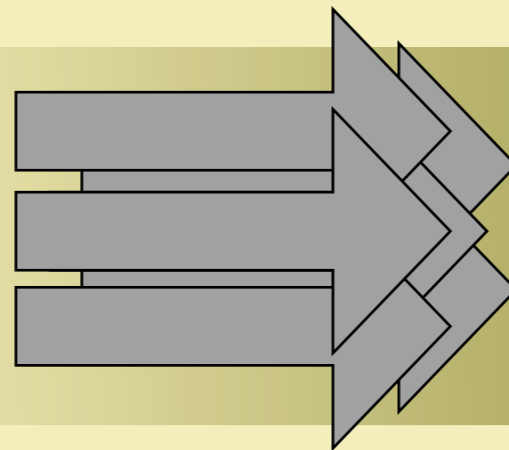
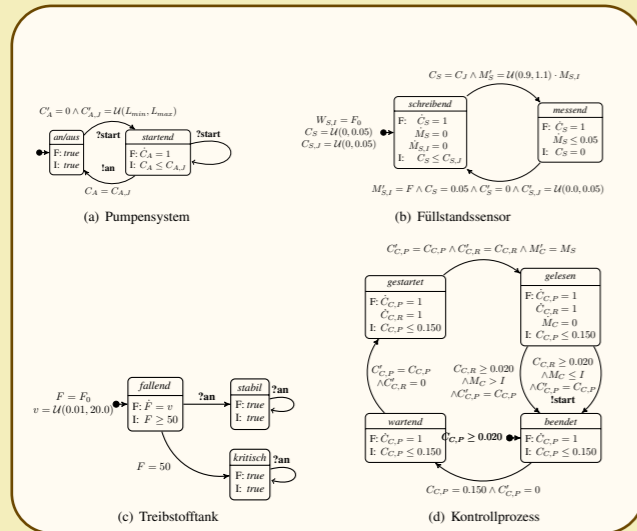
# Fallbeispiel



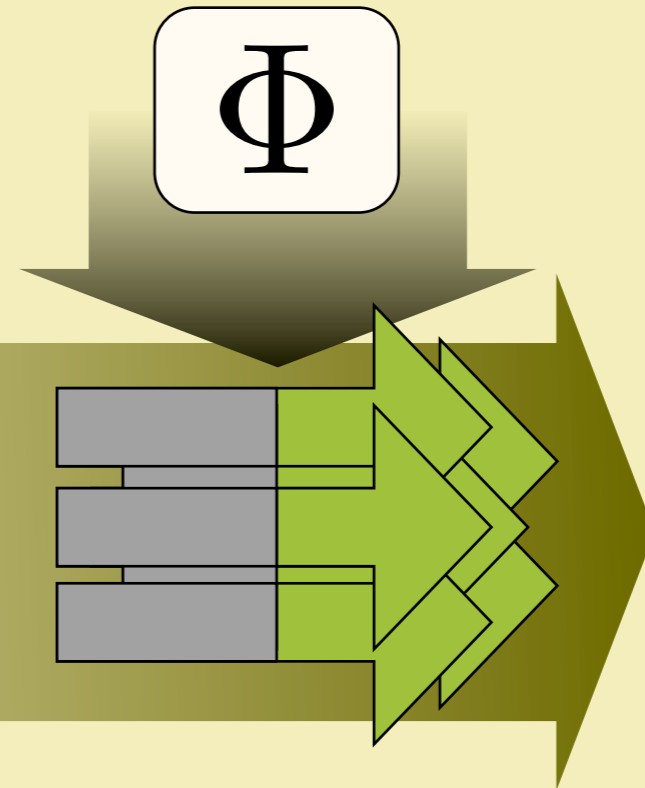
$$\phi = \neg \exists \diamond \text{tank:kritisch}$$



# Statistisches Model-Checking



$n$  Ausführungen



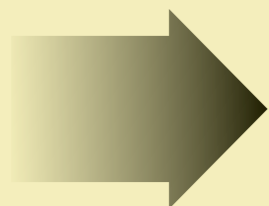
Prüfung der Eigenschaft  
für konkrete Ausführungen

$n$  ✓

0 ✗

Was ist die Wahrscheinlichkeit nur ✓ zu sehen, obwohl  $P(\bar{\Phi})$  größer ist als  $p_{max}$ ?

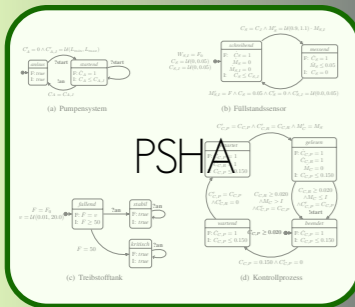
$$P(0 \text{ ✗}) \leq (1 - p_{max})^n =: \alpha$$



Mit einer Wahrscheinlichkeit von  $1 - \alpha$  ist  $P(\bar{\Phi}) < p_{max}$

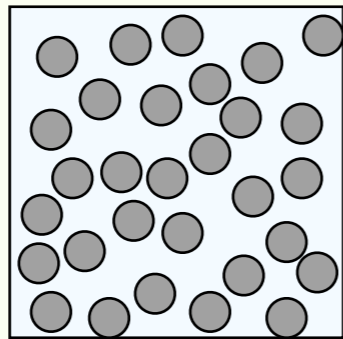
# Statistische Parametersynthese

Kandidaten-  
Parameter-  
Raum

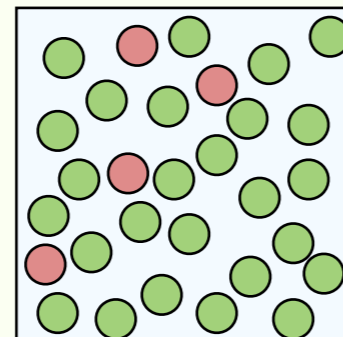


$\Phi$

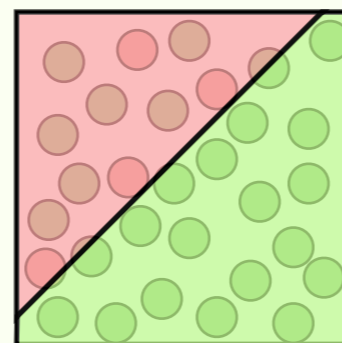
$\alpha$   
 $p_{max}$



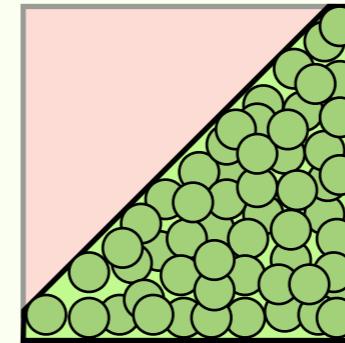
(1) Sampling



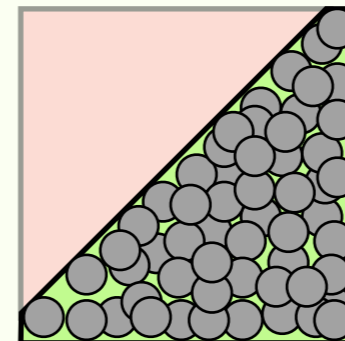
(2) Simulation



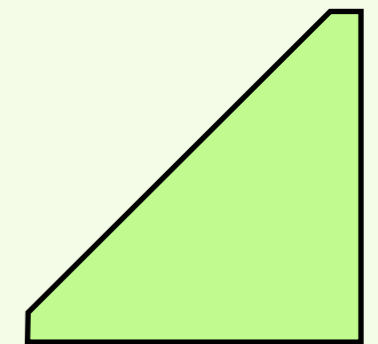
(3) Klassifizierung



(5) SMC

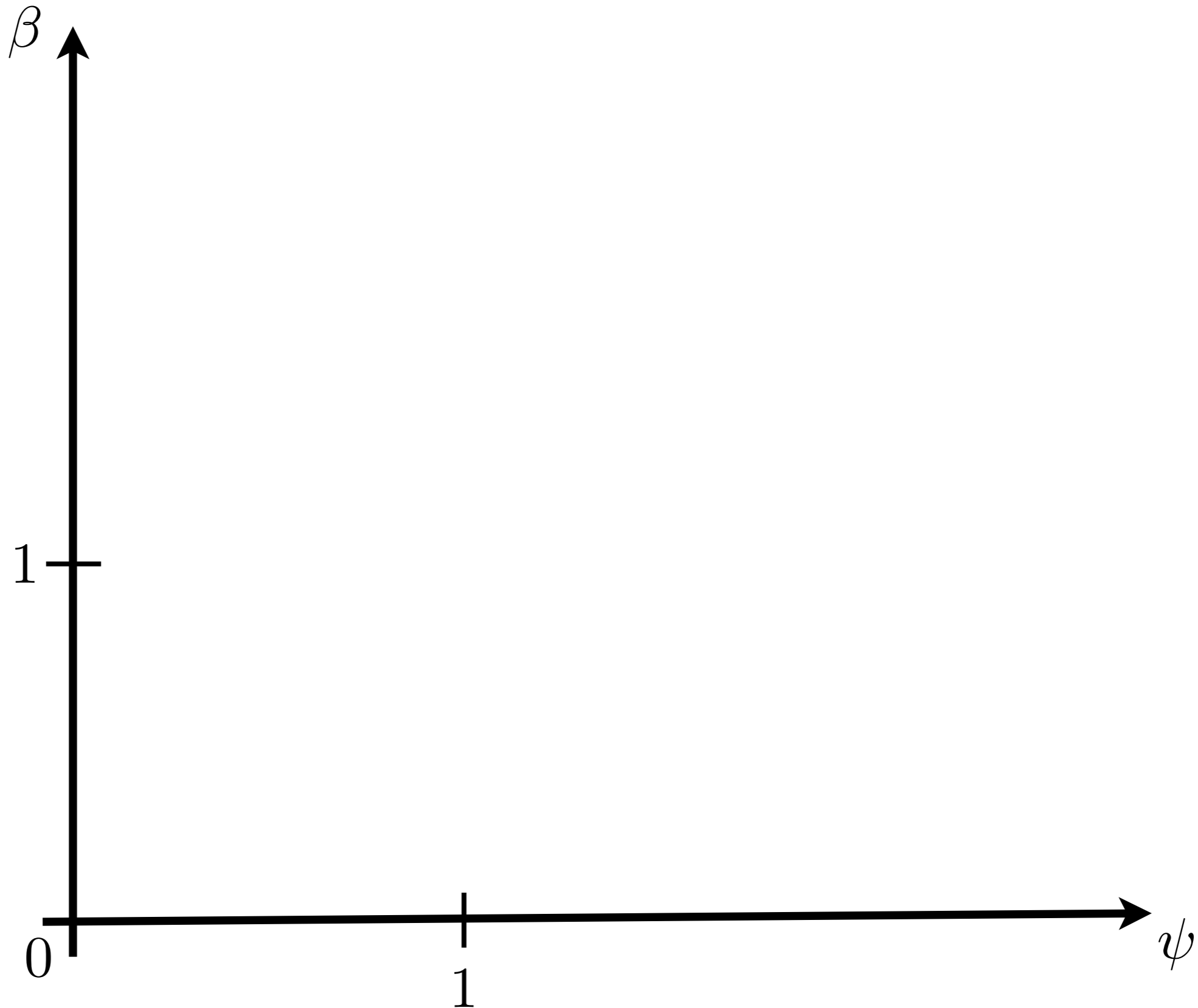


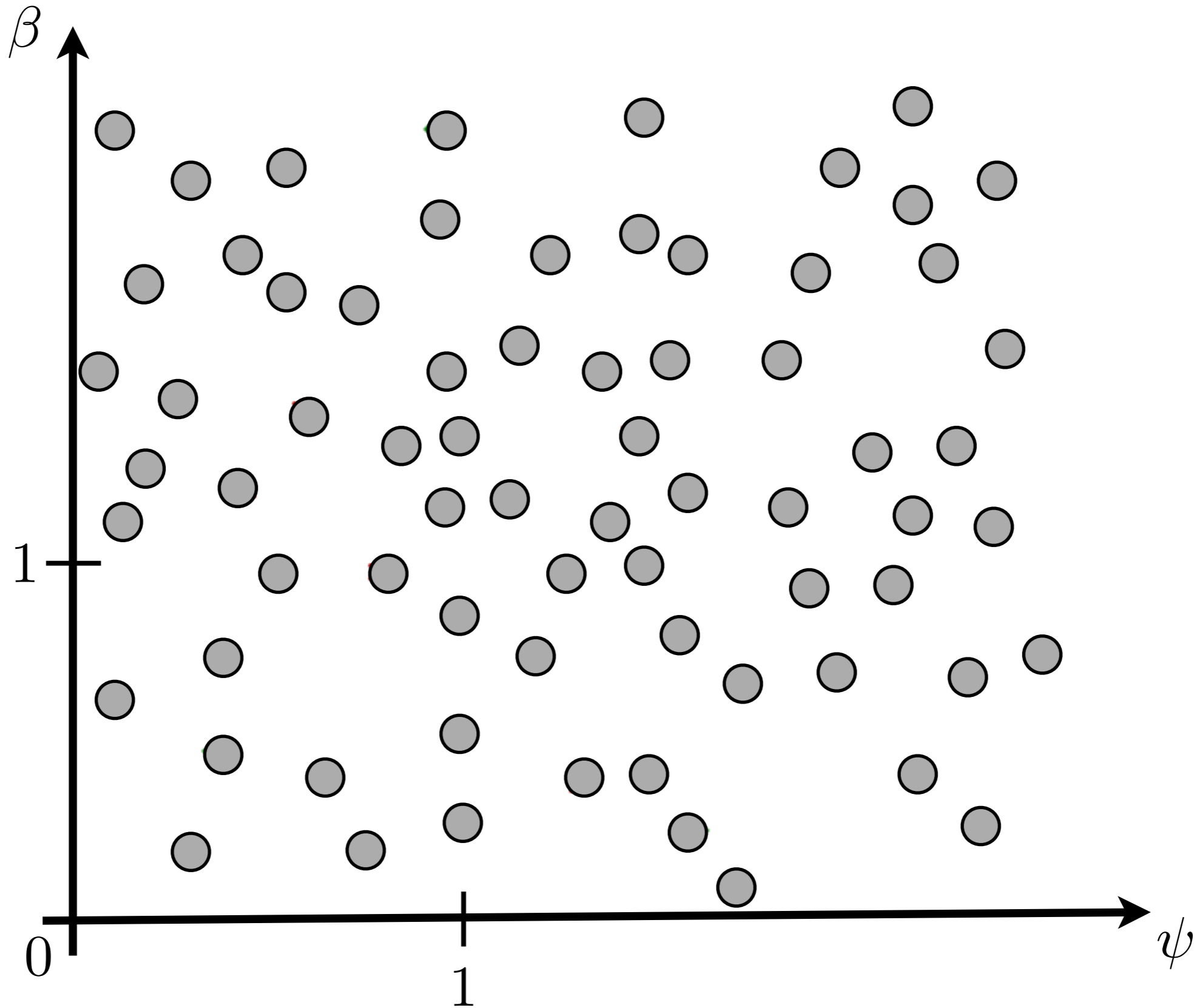
(4) Sampling



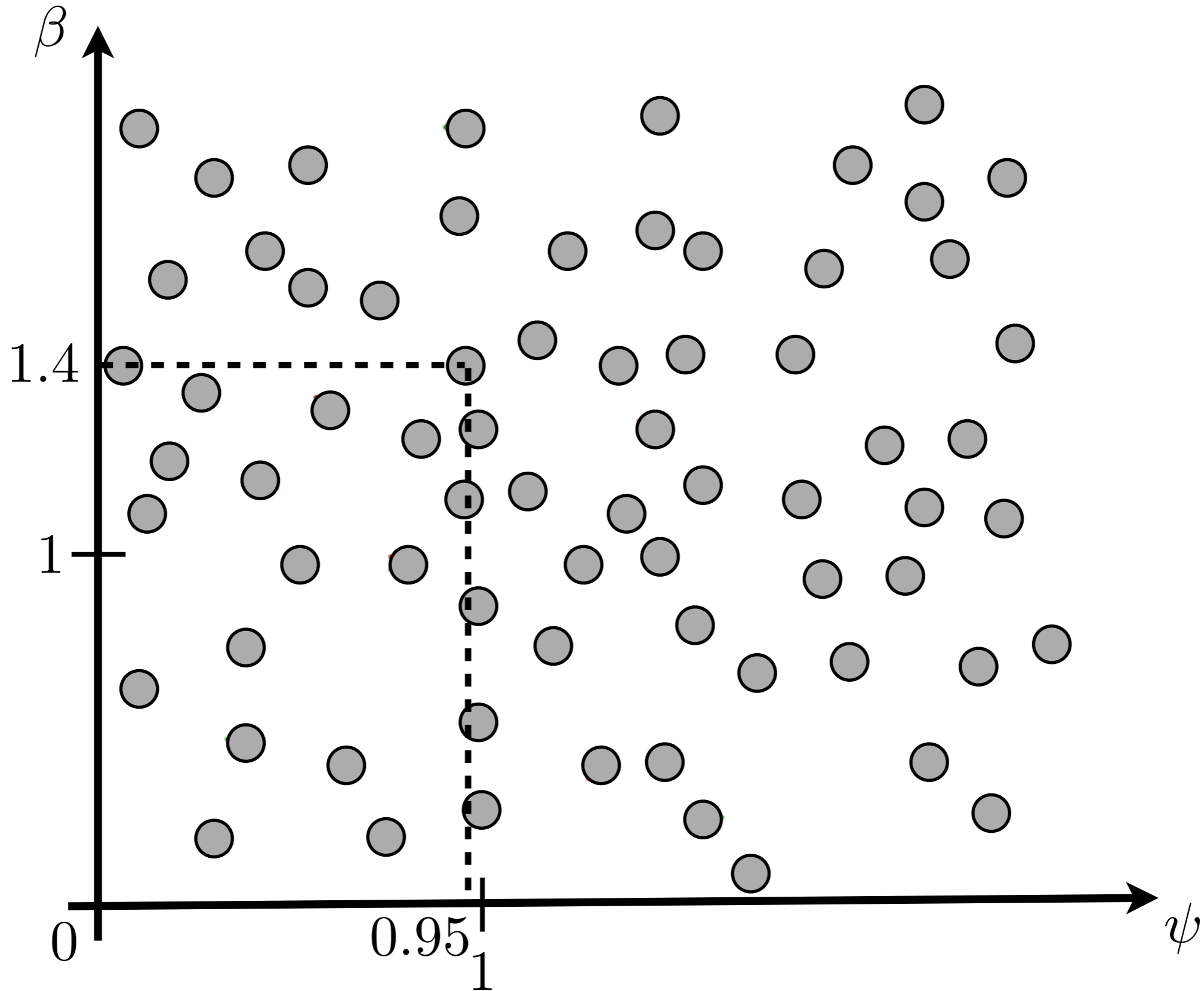
sicherer  
Parameterraum  
bezgl.  
 $\alpha$  und  $p_{max}$

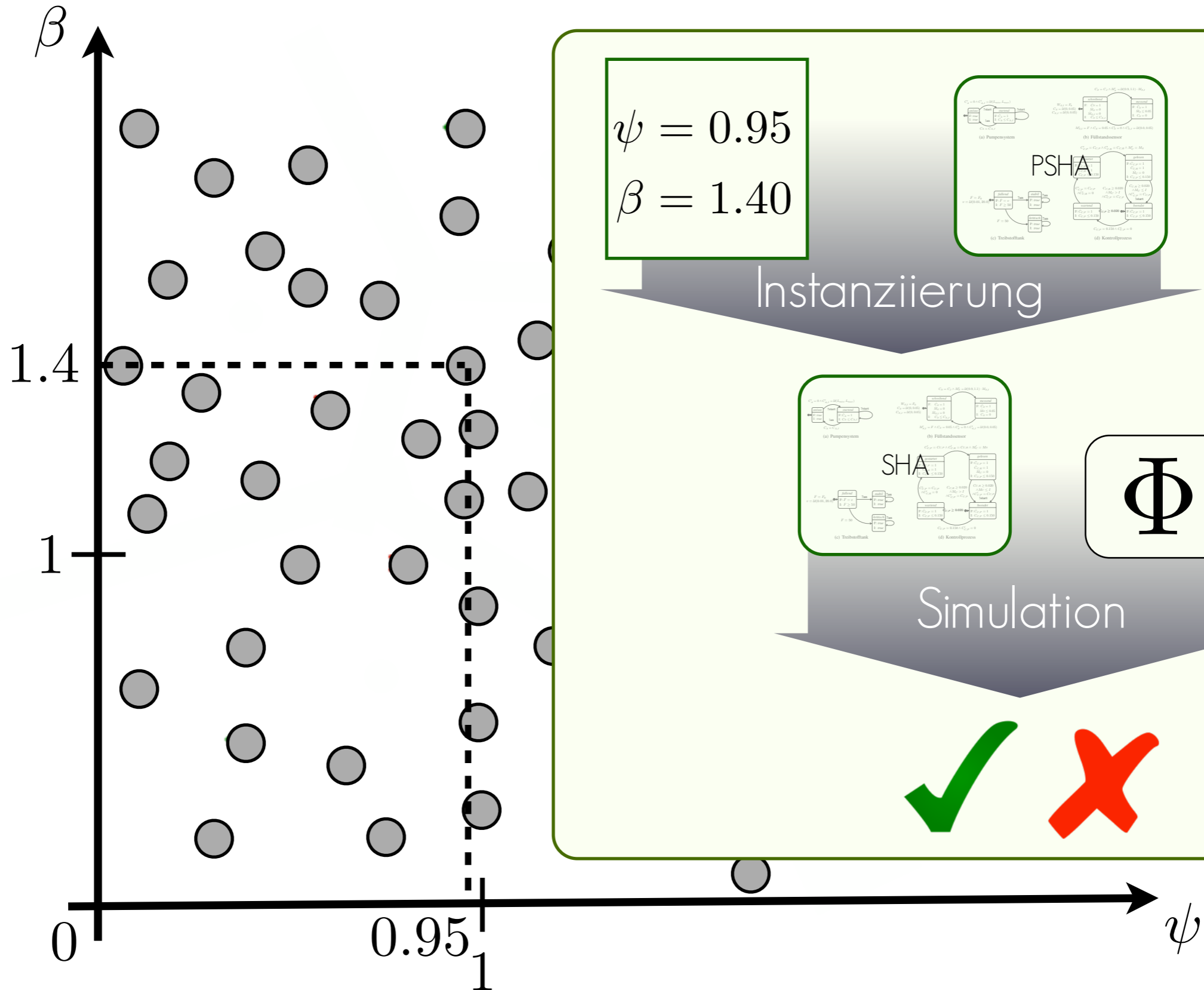
Kandidaten-  
Parameter-  
Raum

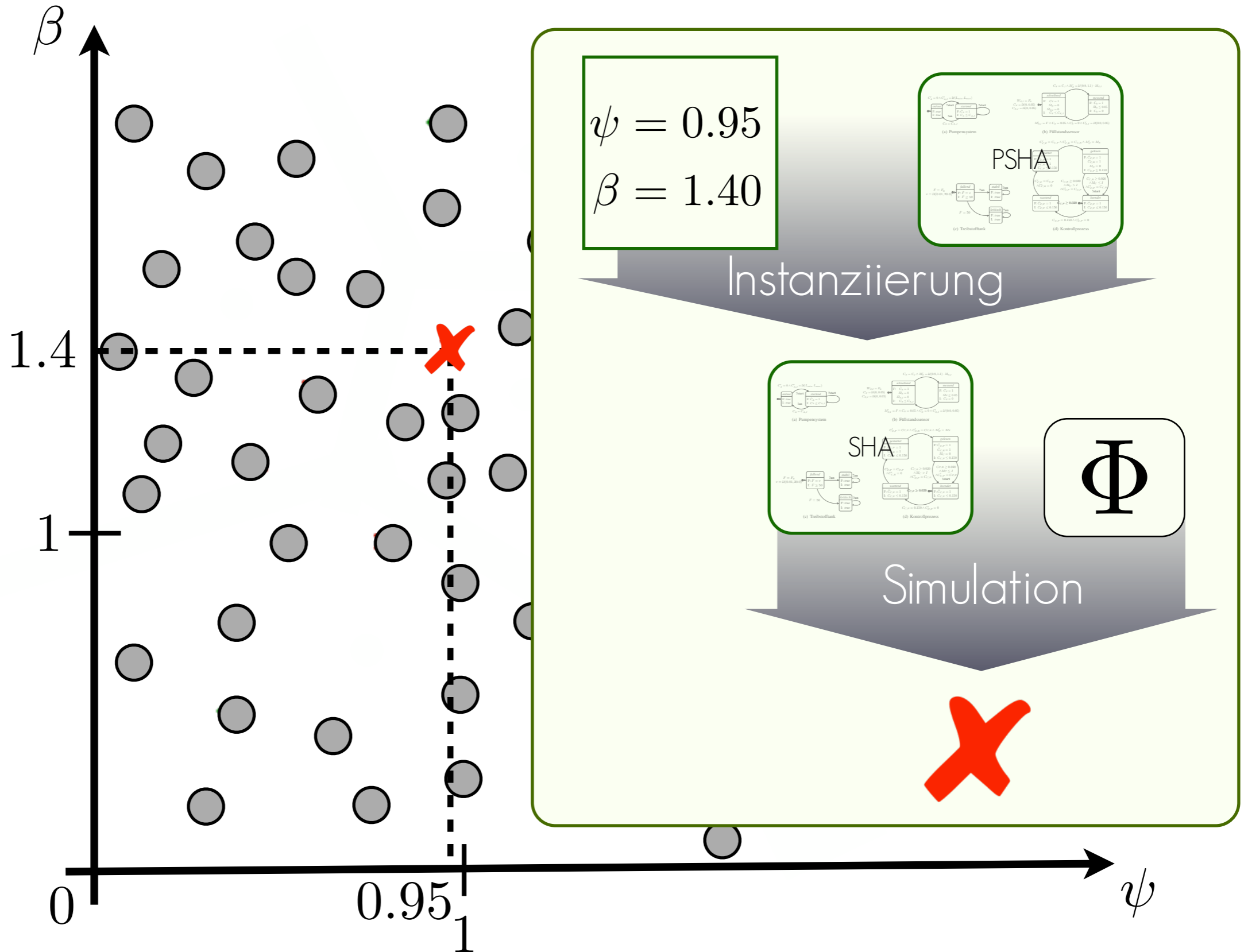


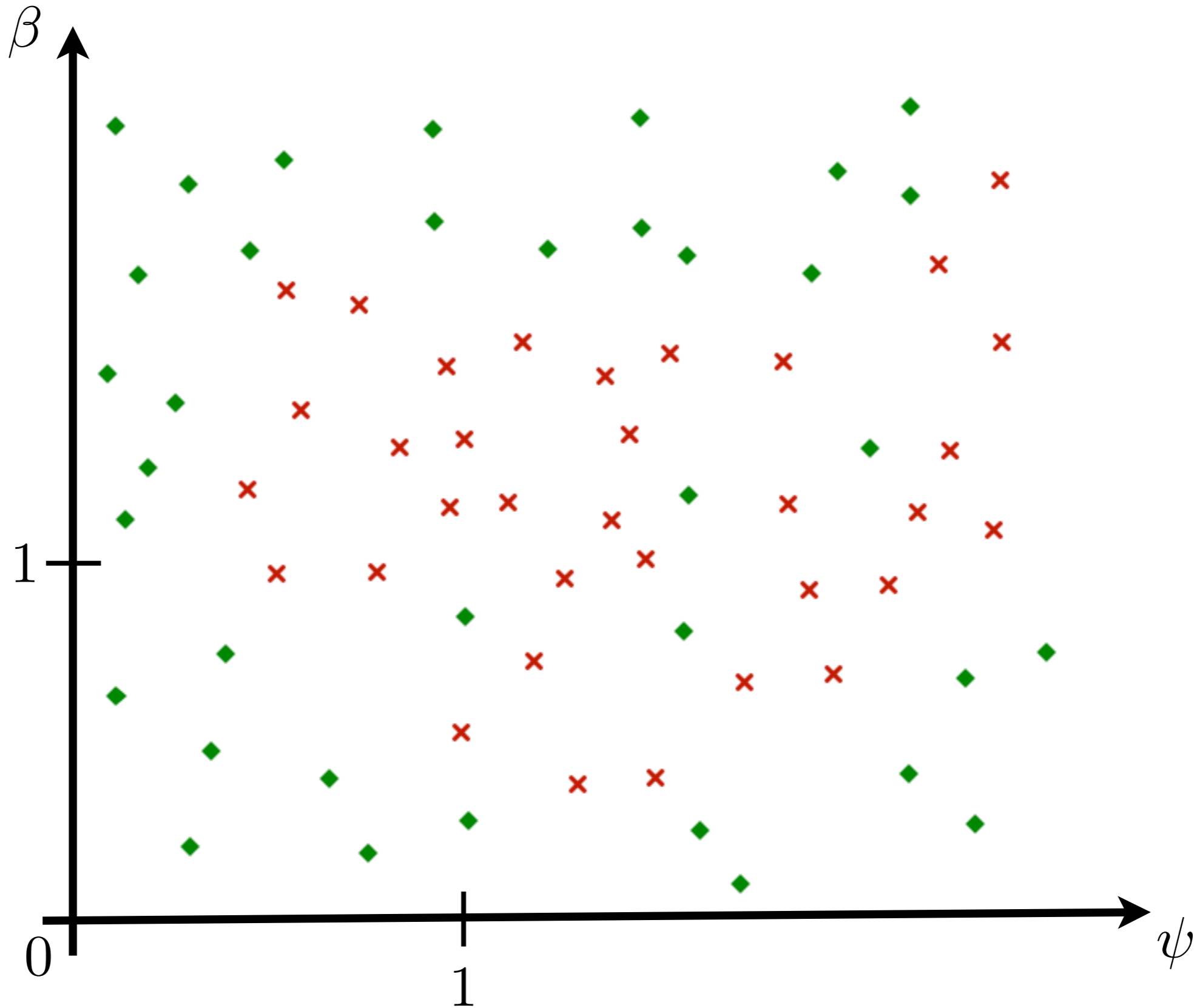




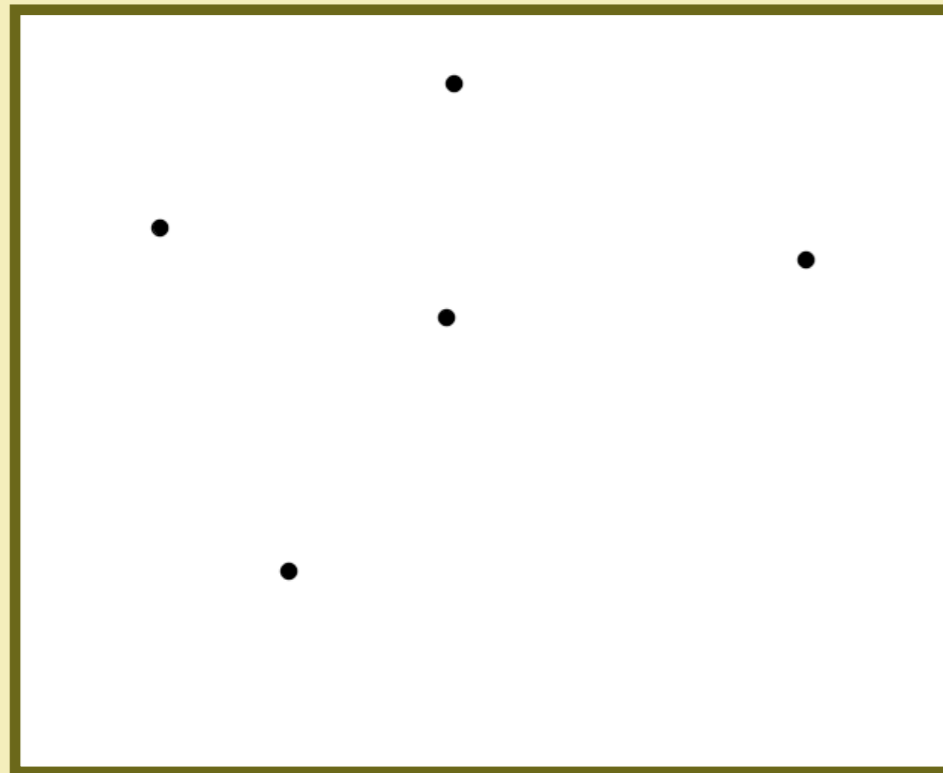




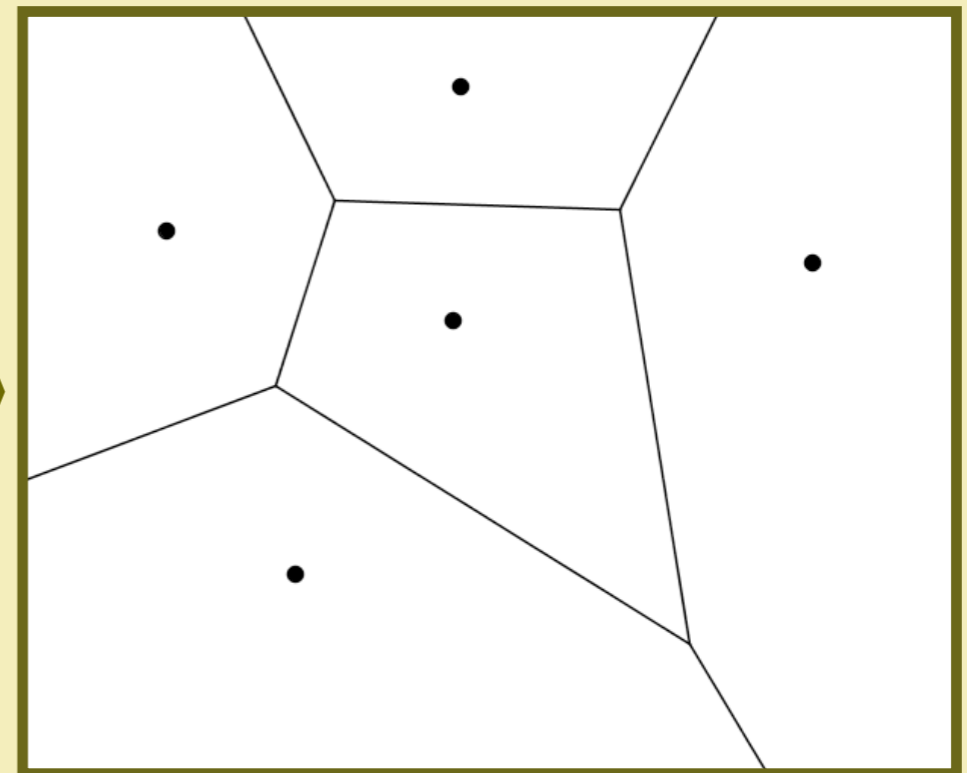




## Voronoi-Zellen



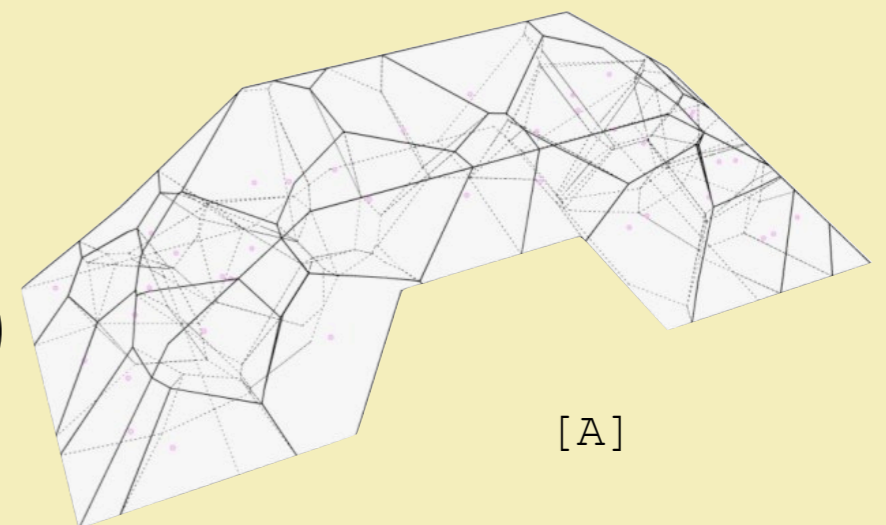
Eingabe: Menge von Zentren



Ausgabe: Voronoi-Regionen

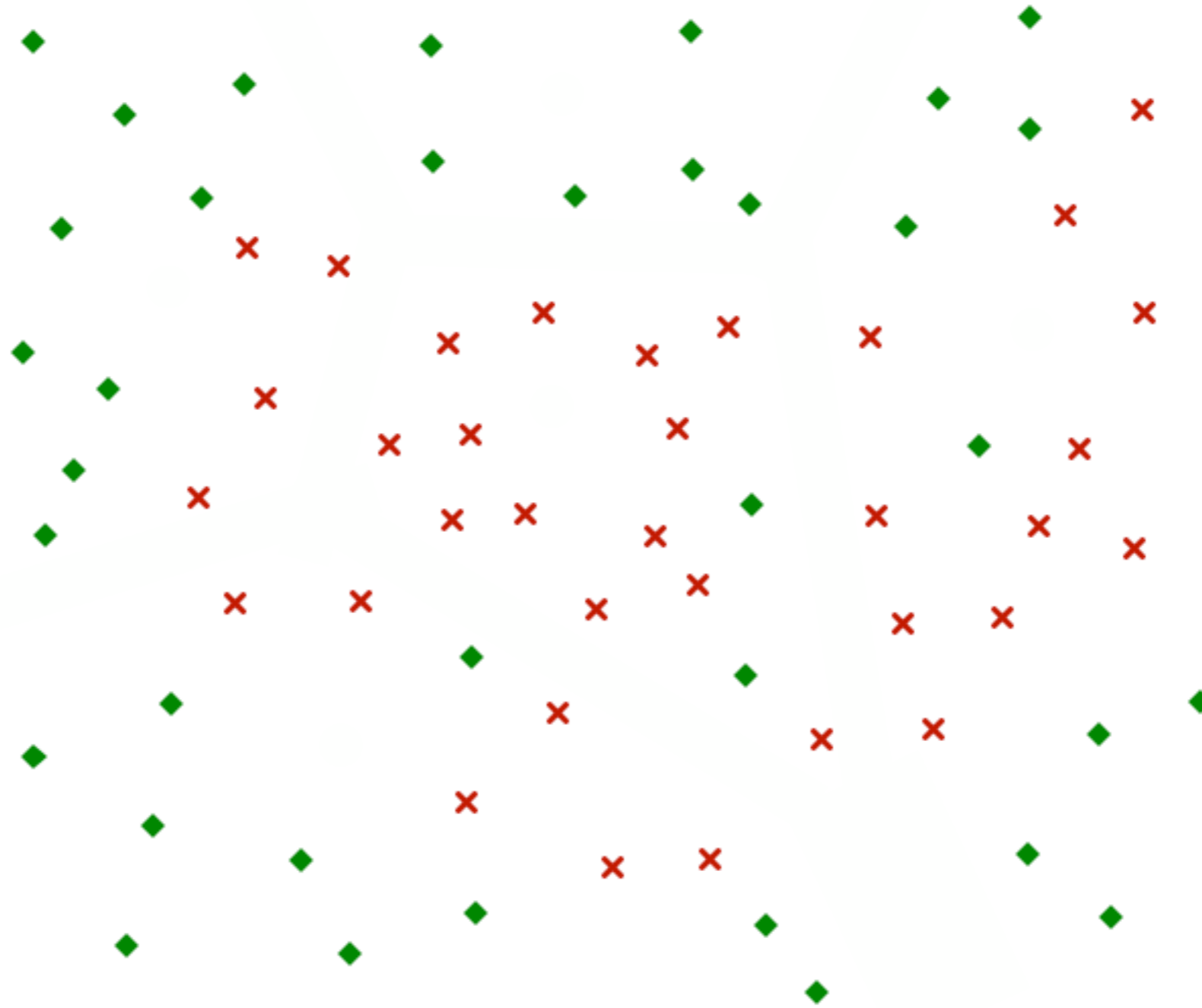
## Vorteile

- Einfache Repräsentation (Vektor von Zentren)
- Flexibel
- Einfache Umwandlung in Ungleichheitssystem (konvexe Polytope)
- Anwendbar für beliebige Dimensionen

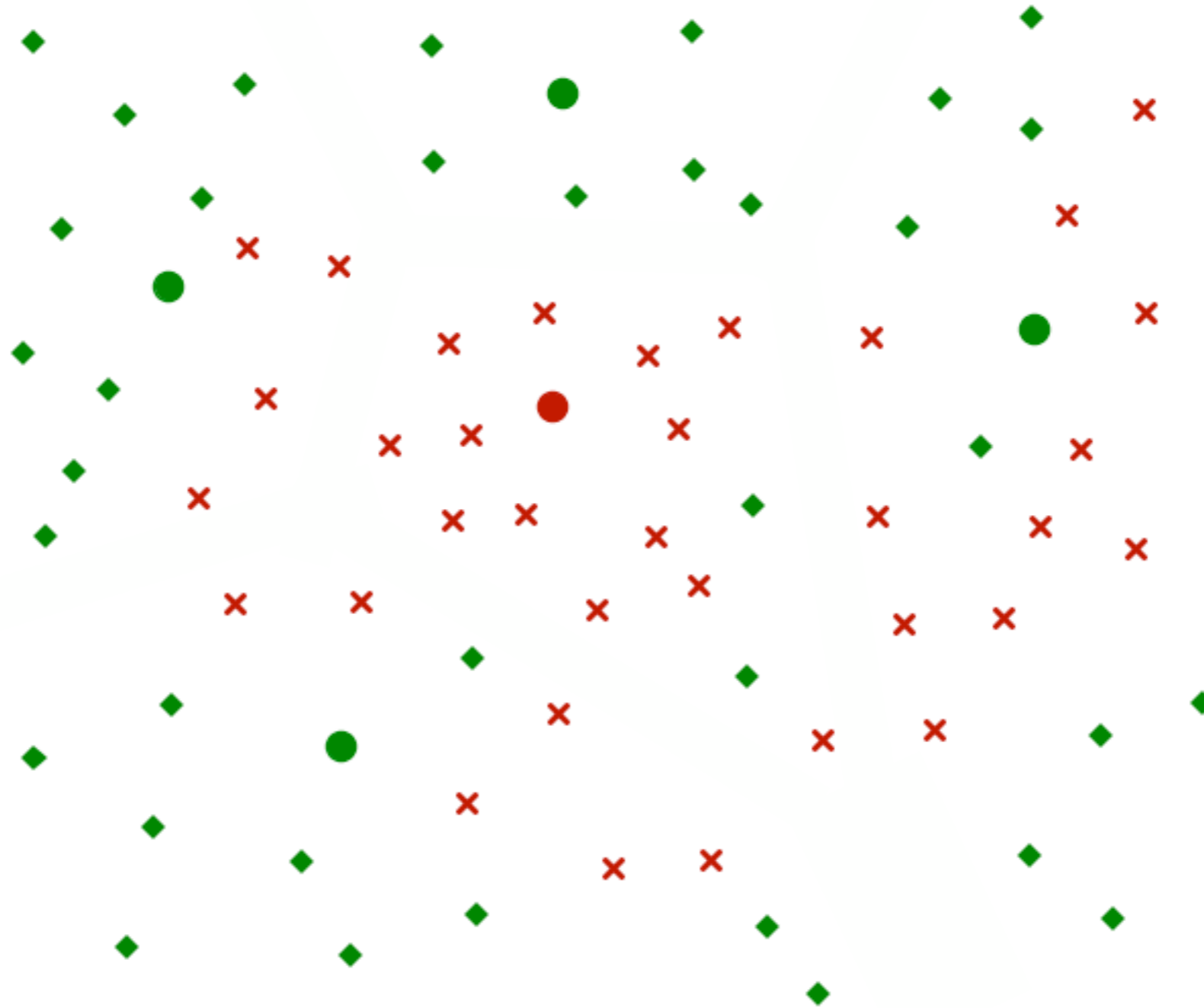


[A]

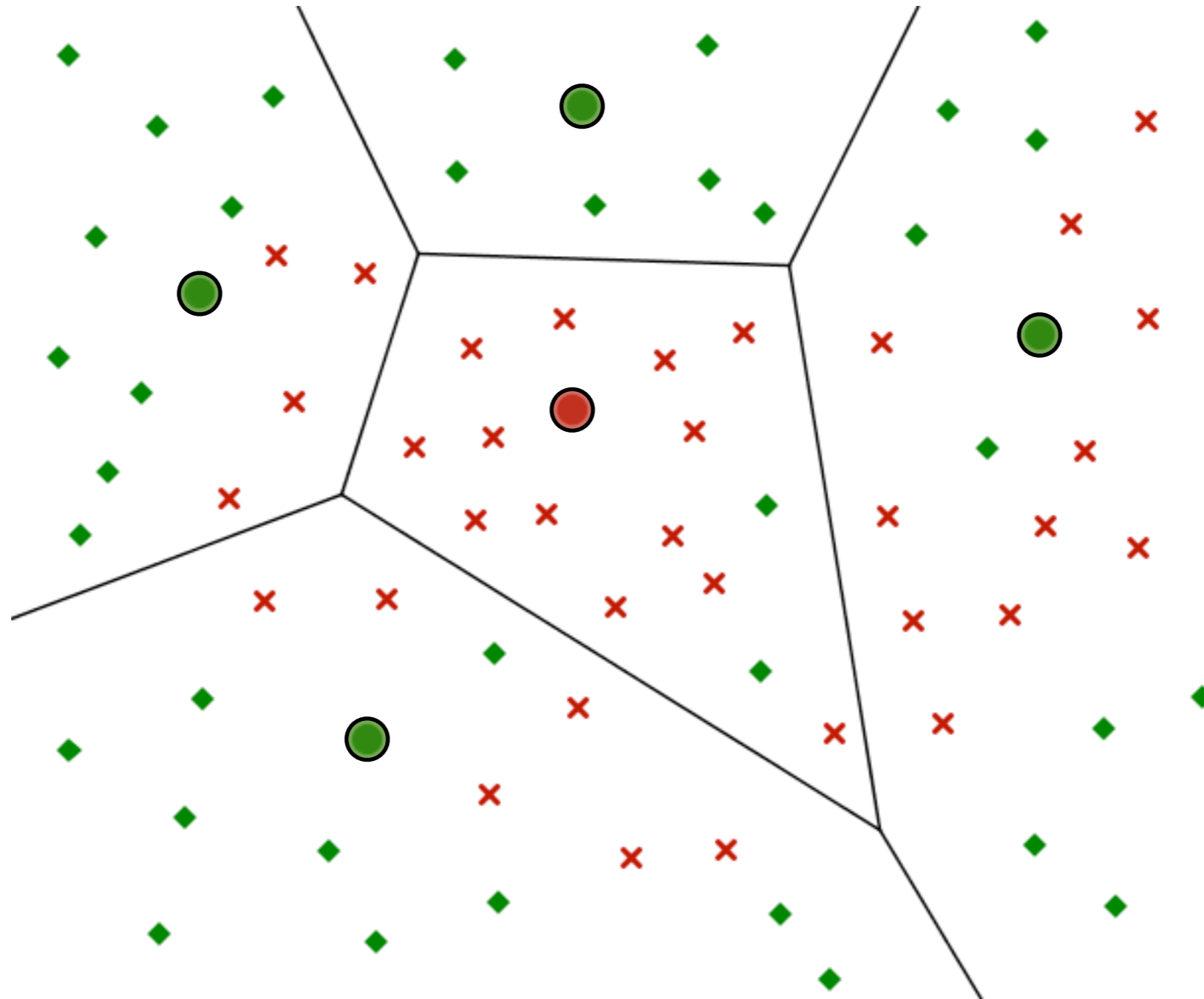
Beispiel:



Beispiel:

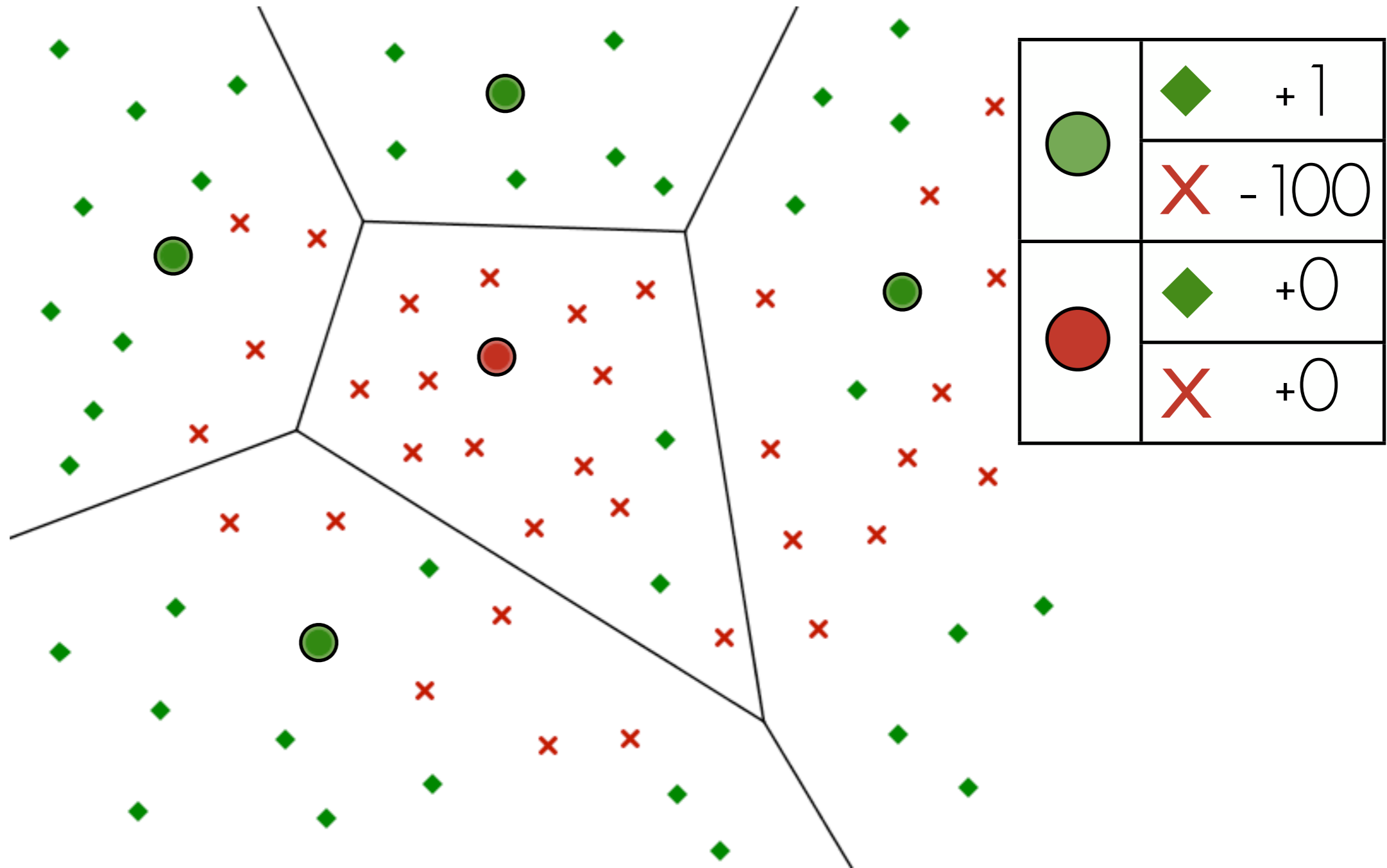


Initialisierung:

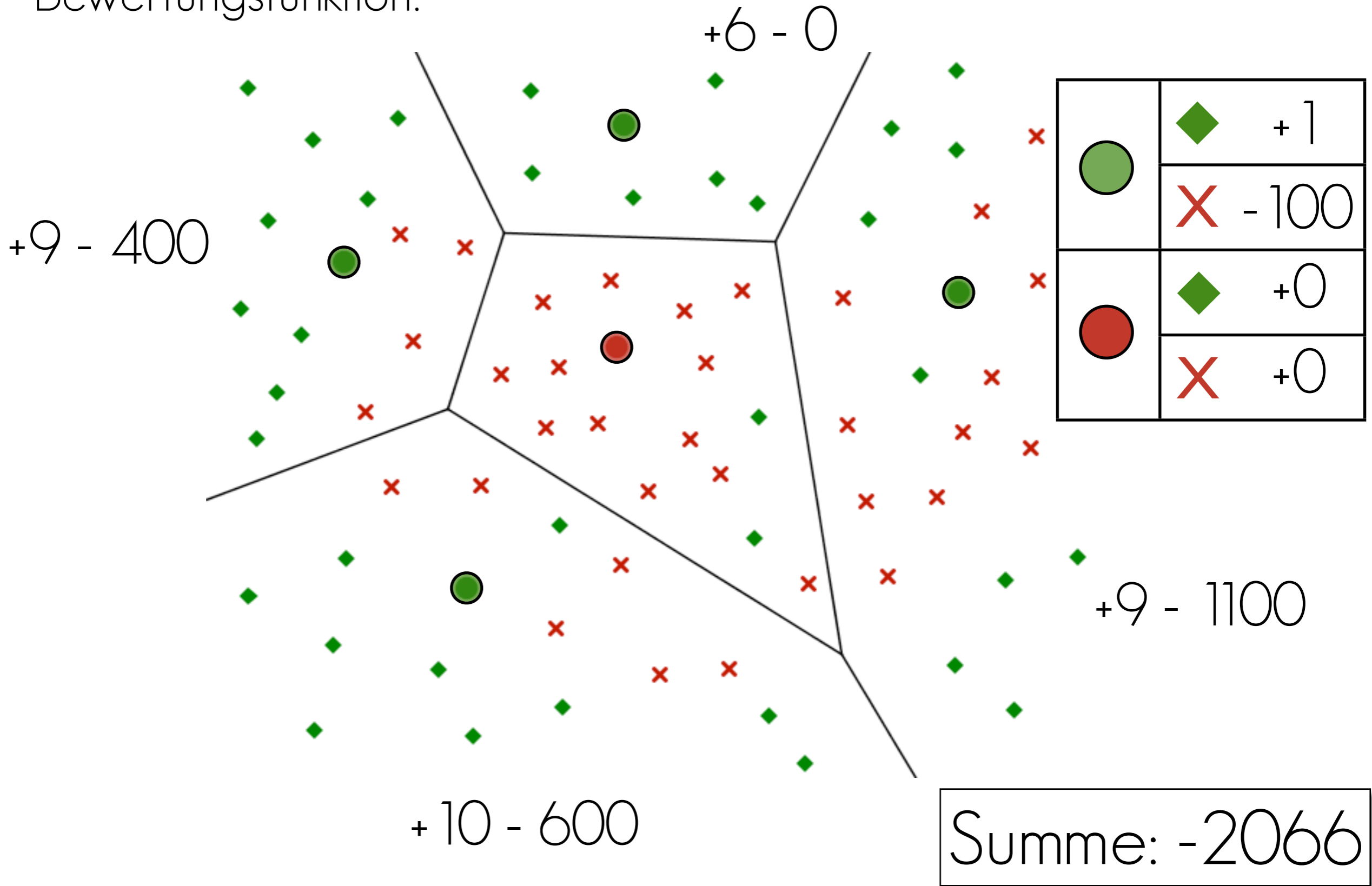




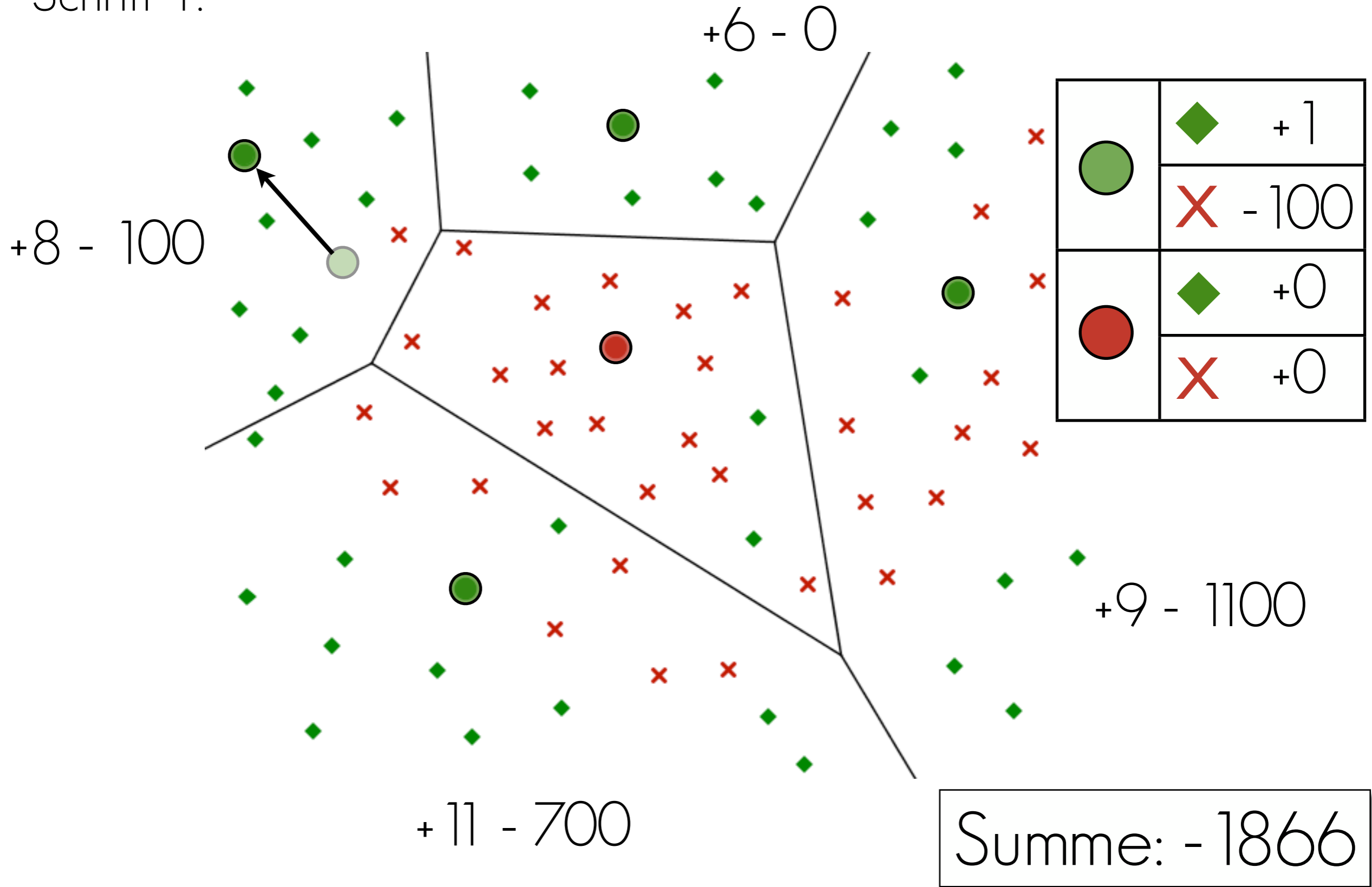
Bewertungsfunktion:



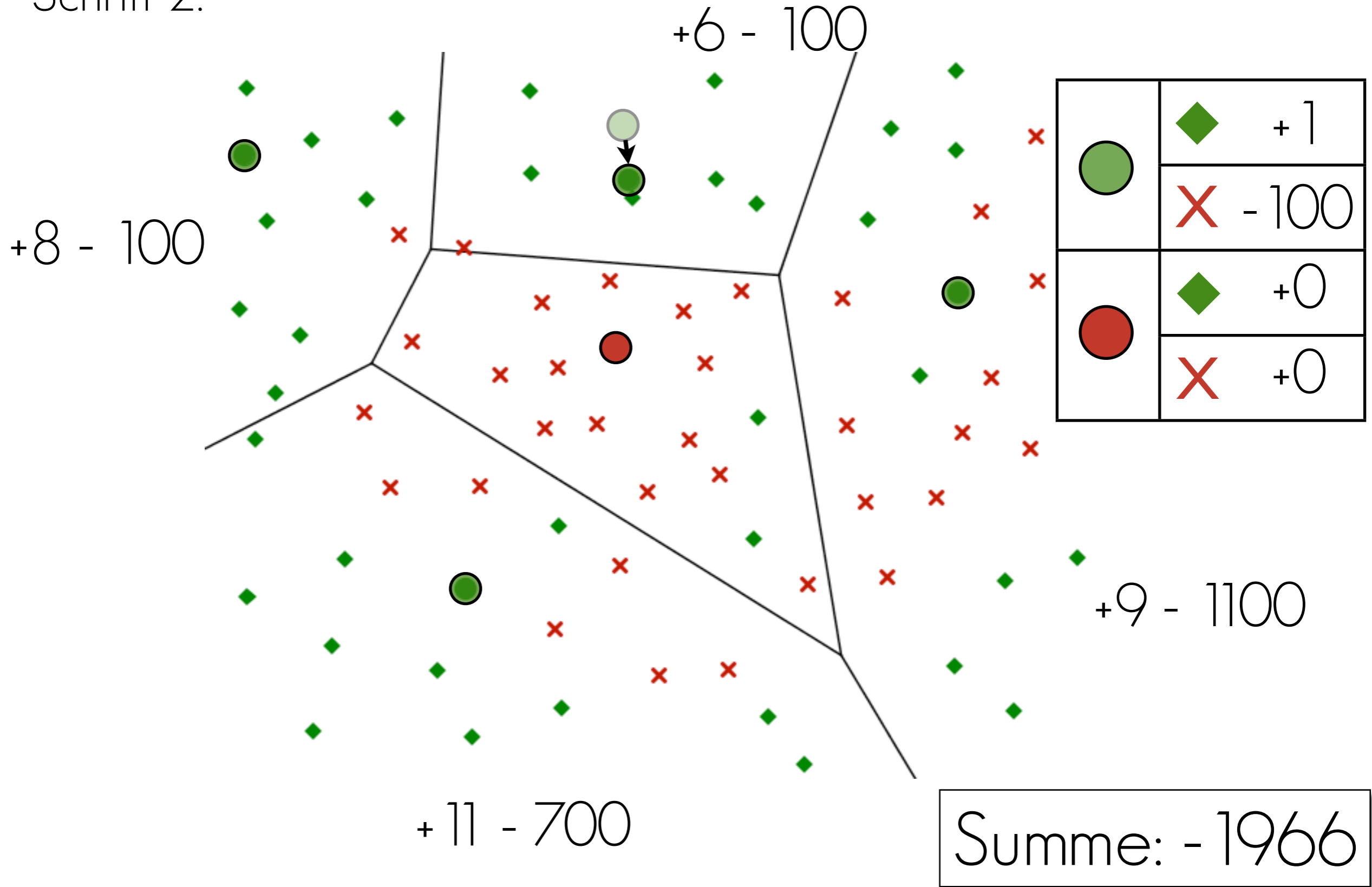
Bewertungsfunktion:



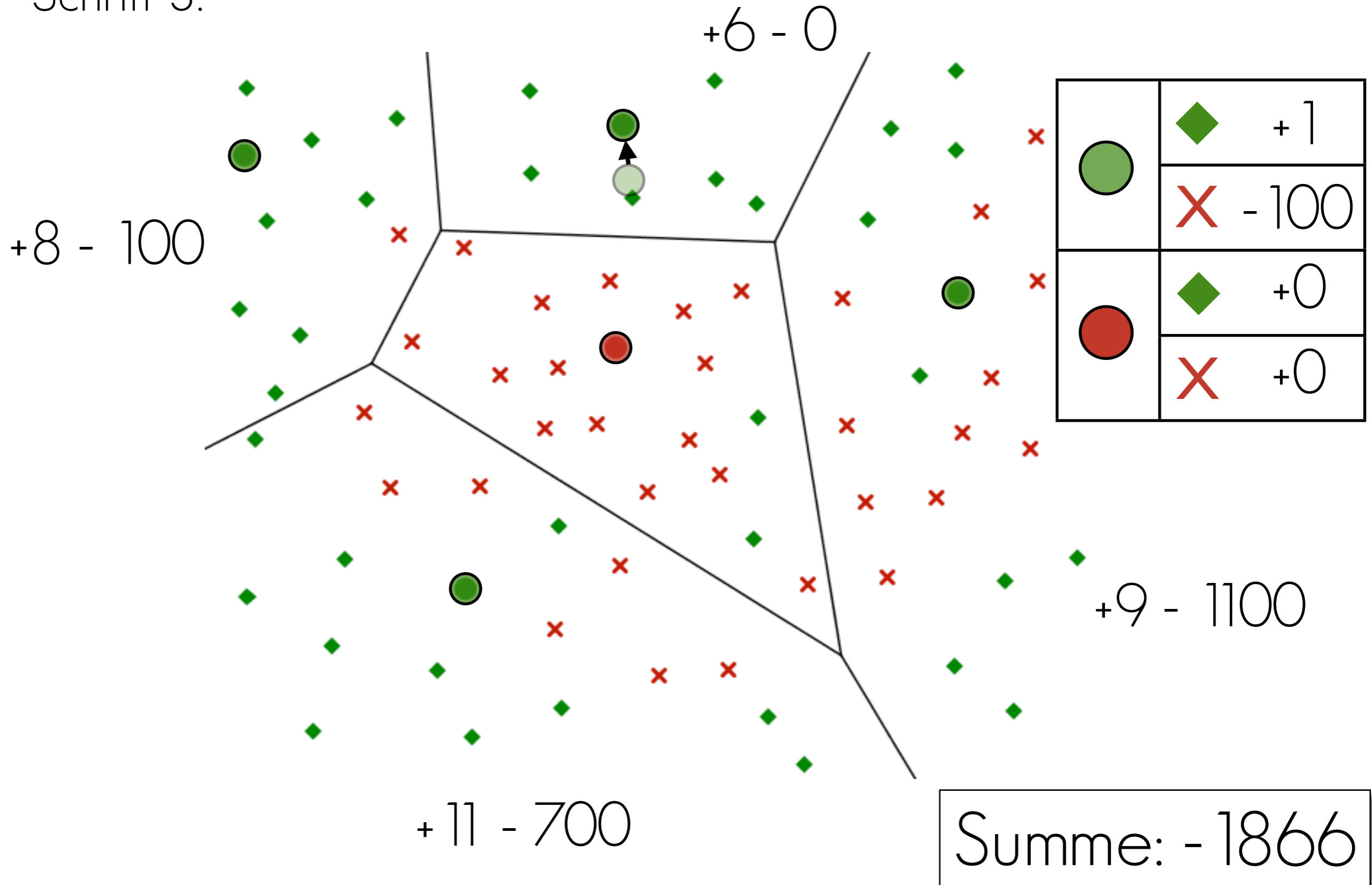
Schritt 1:



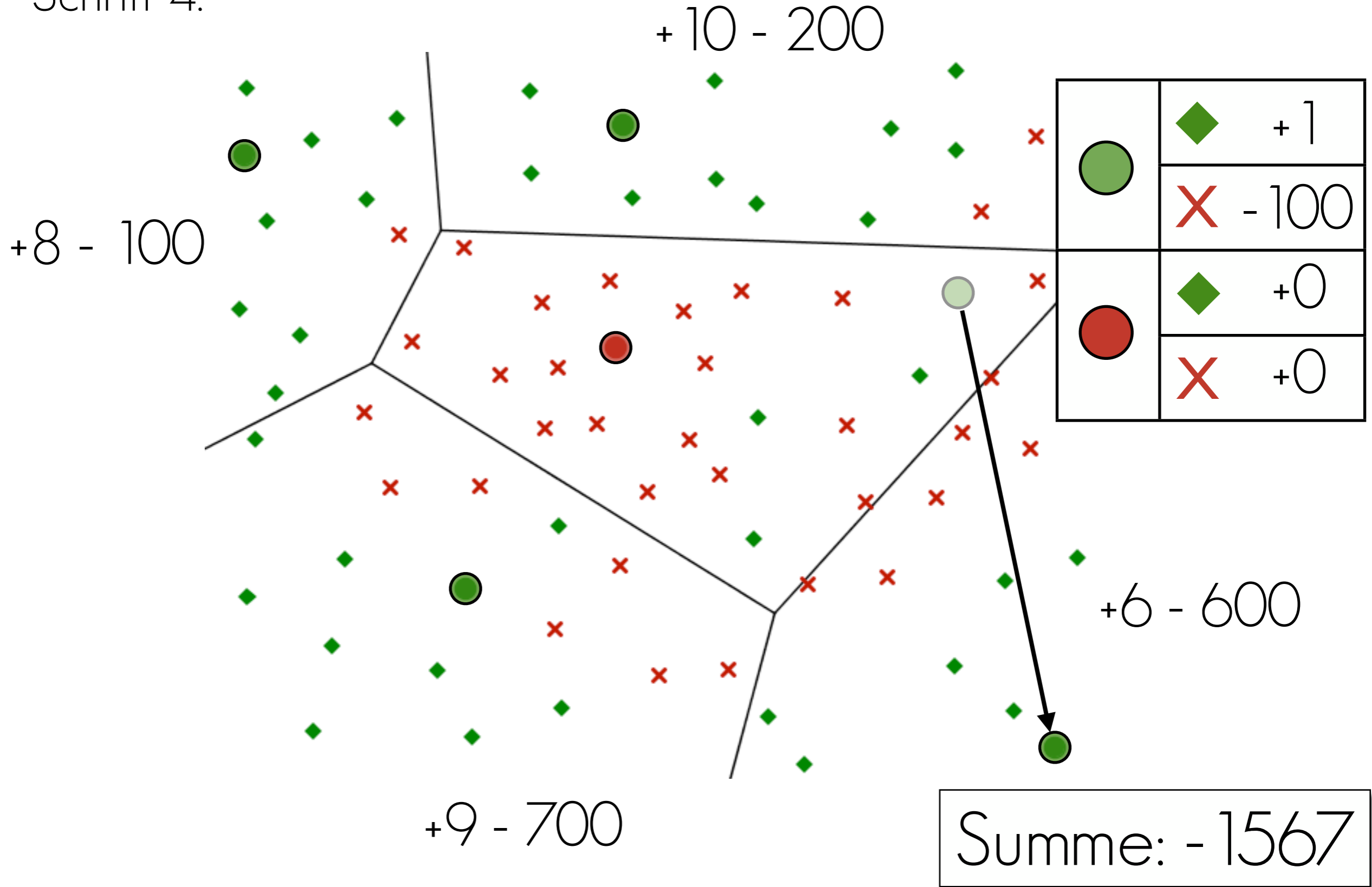
Schritt 2:



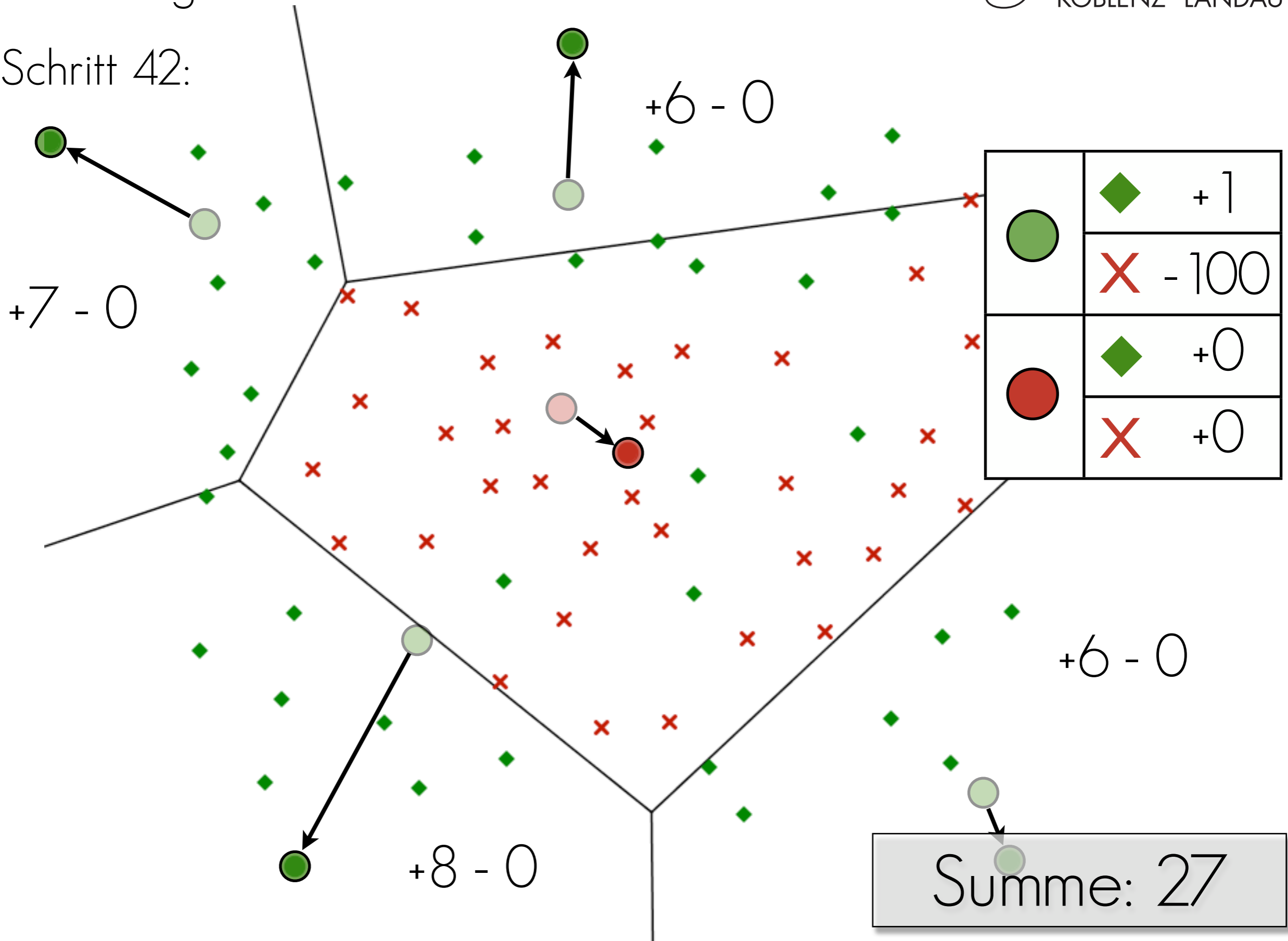
Schritt 3:



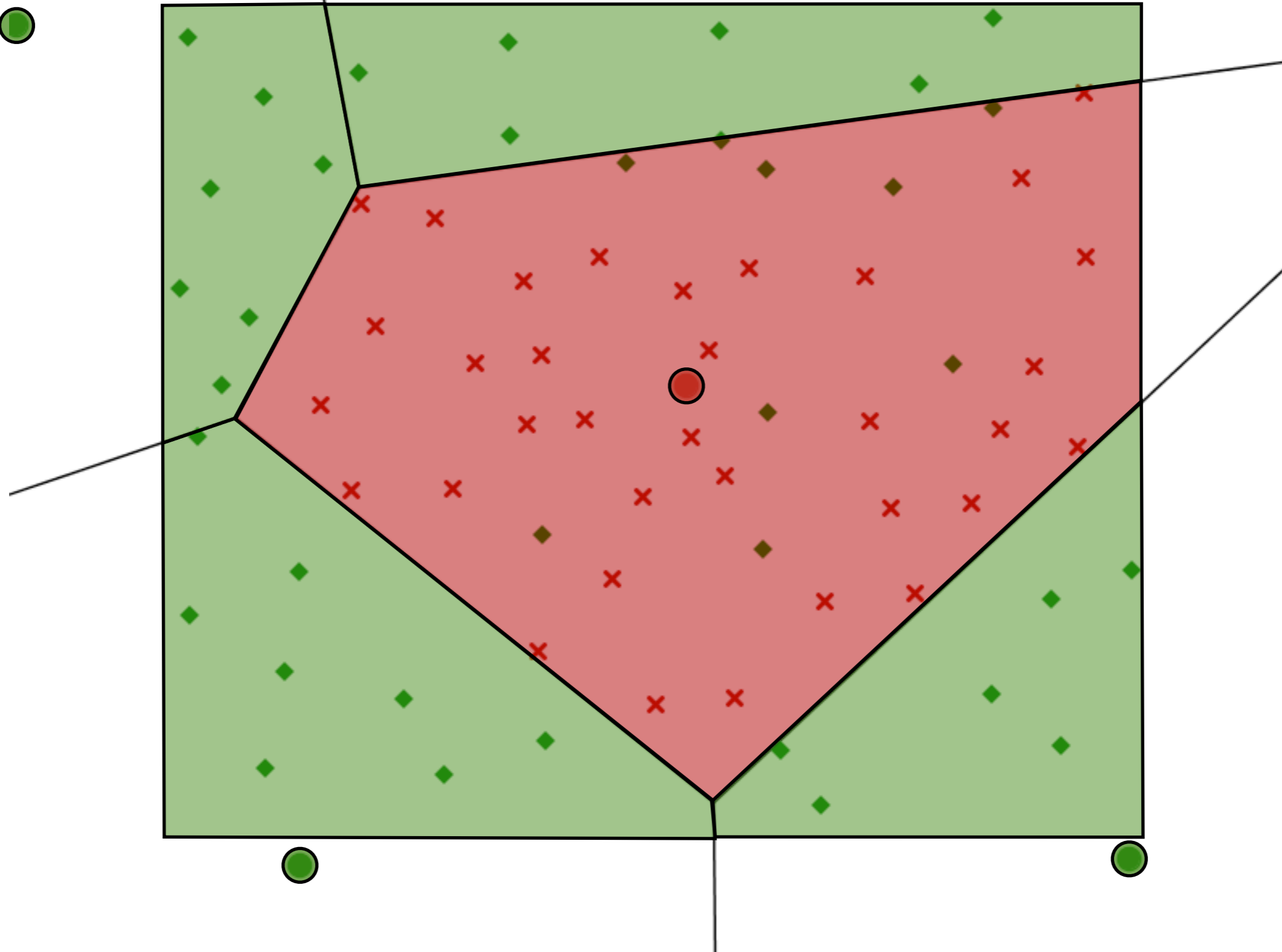
Schritt 4:



Schritt 42:

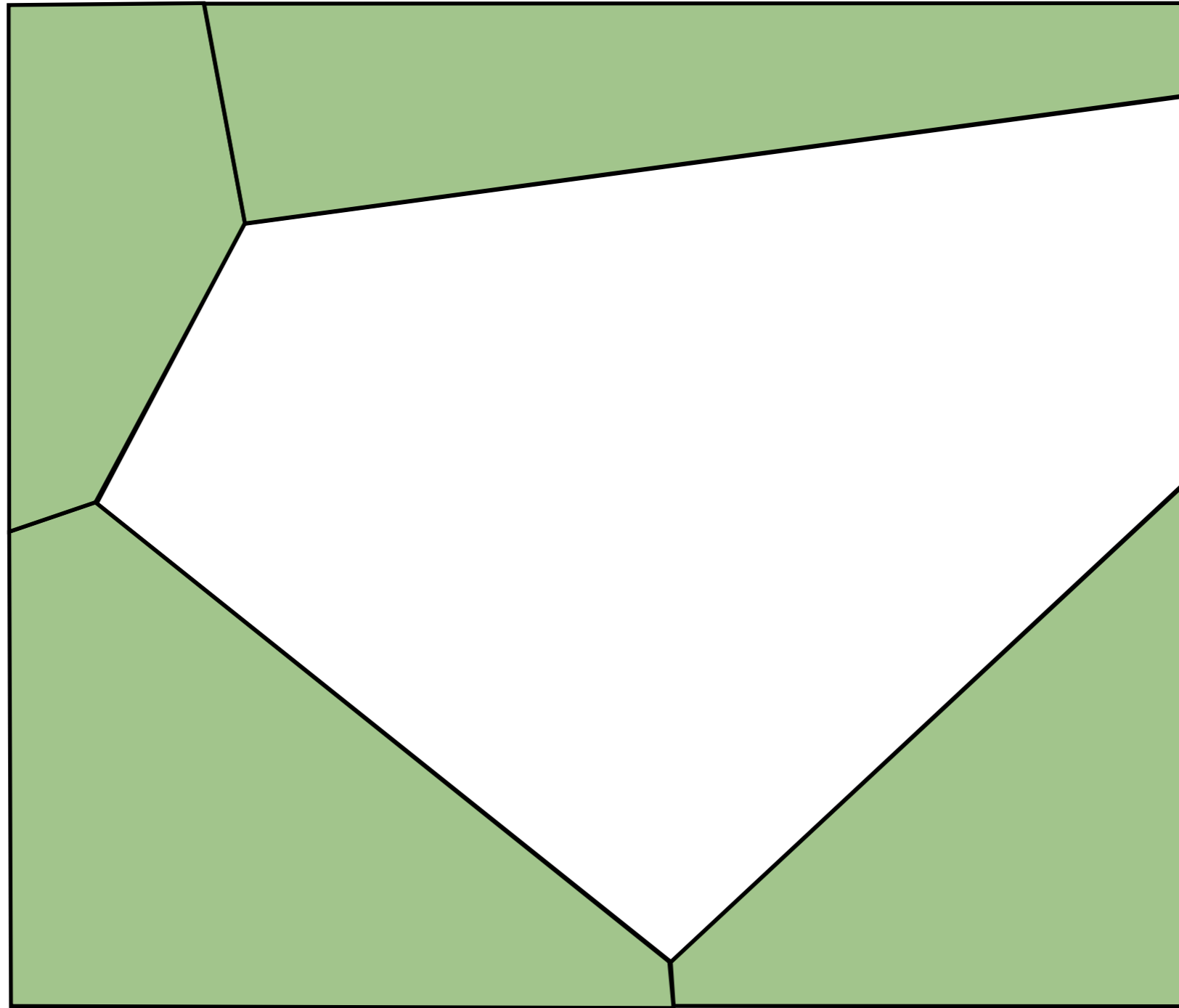


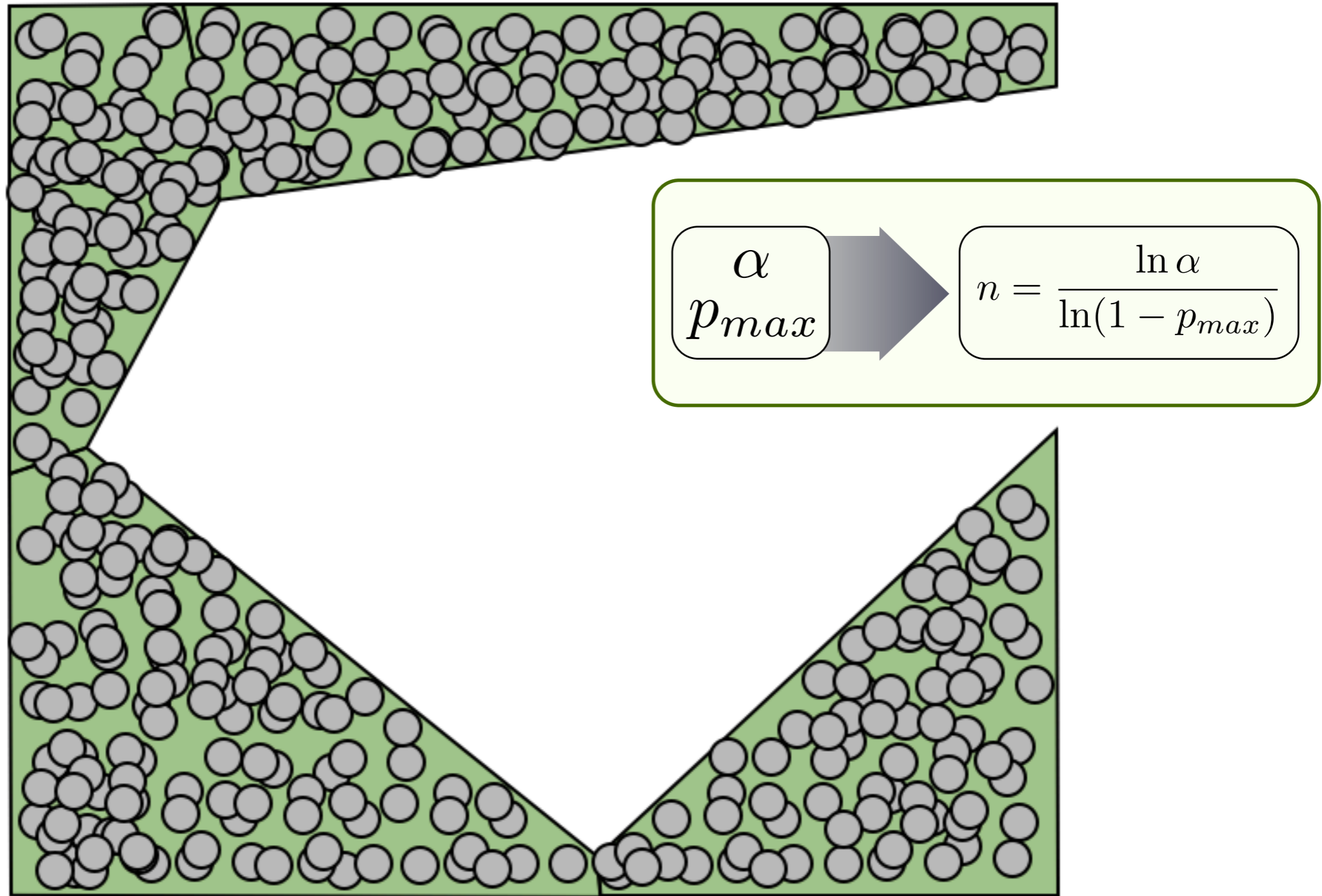
Ergebnis:

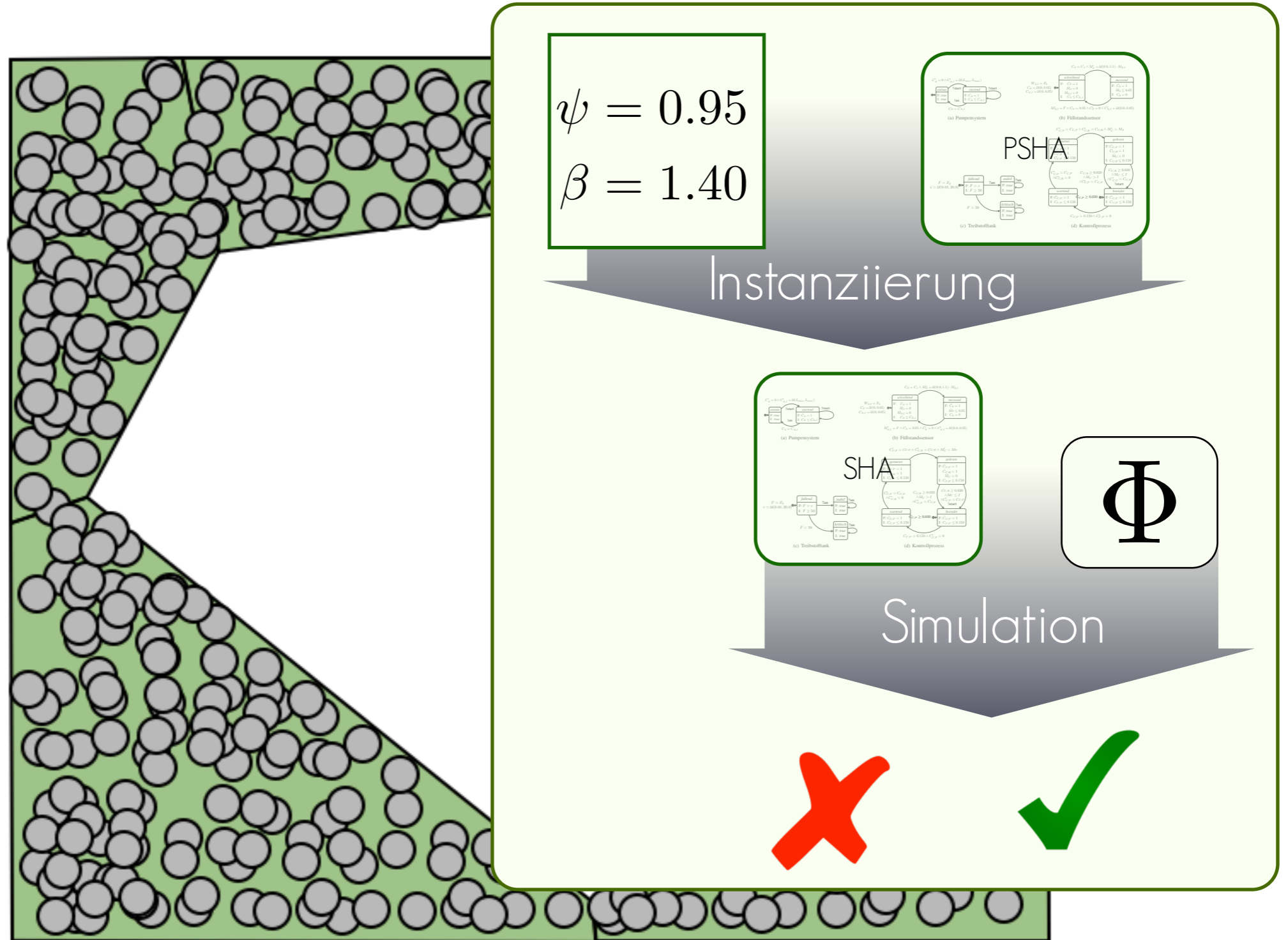




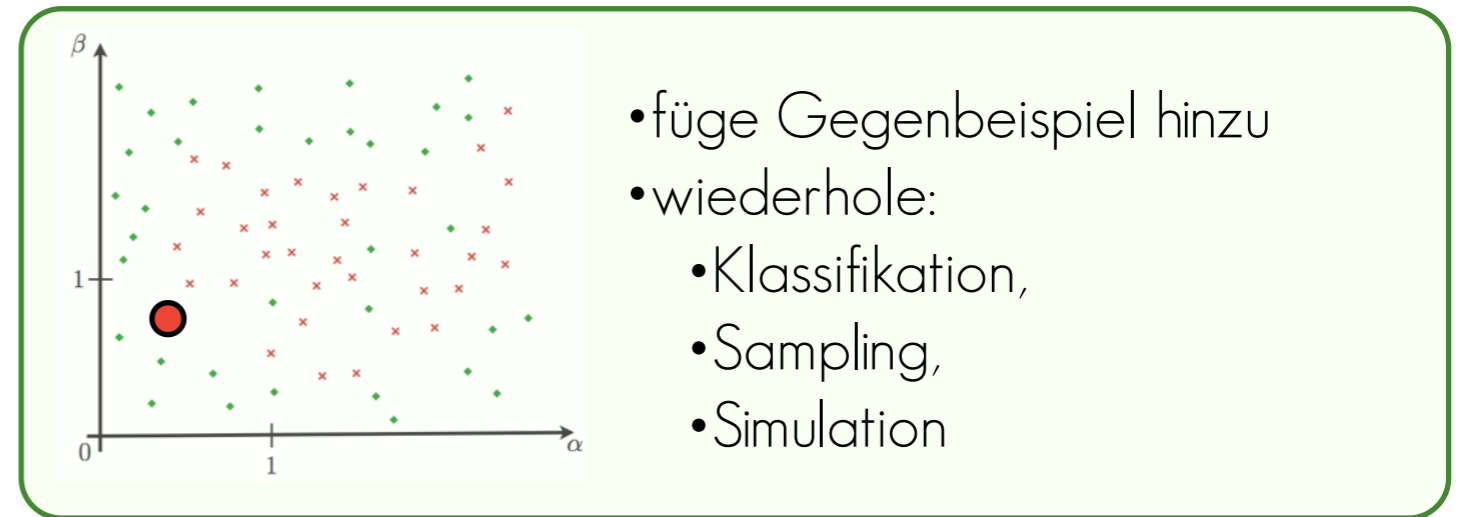
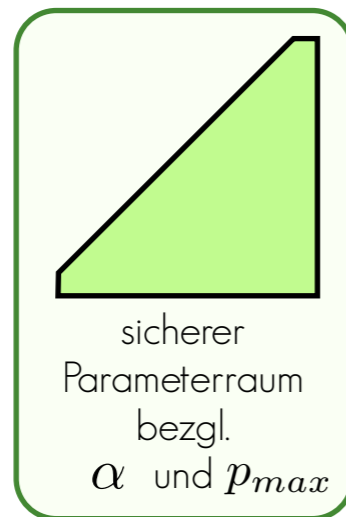
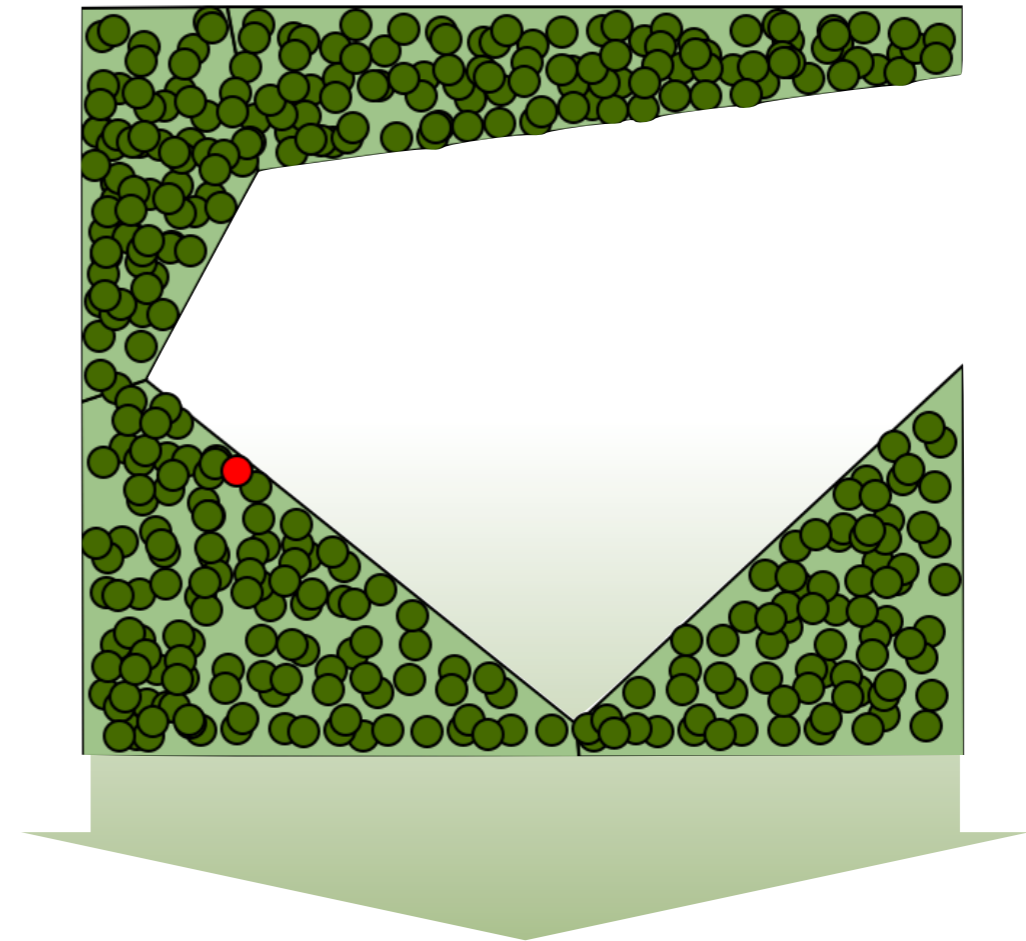
Ergebnis:





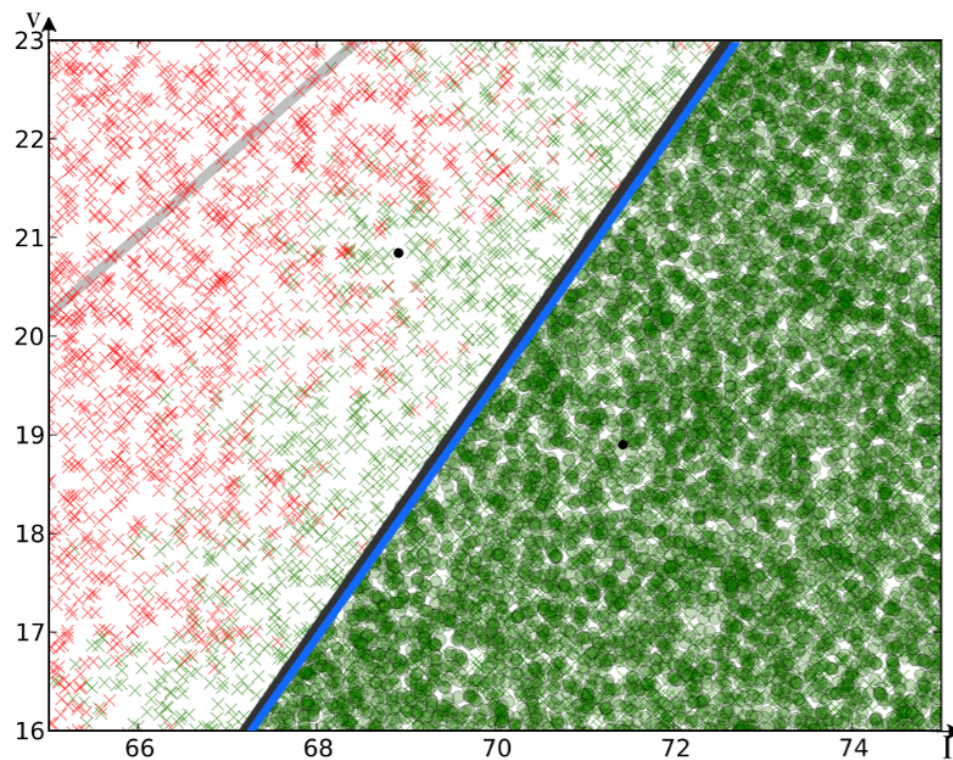
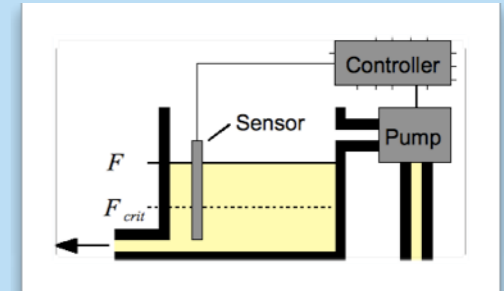


Ergebnis:

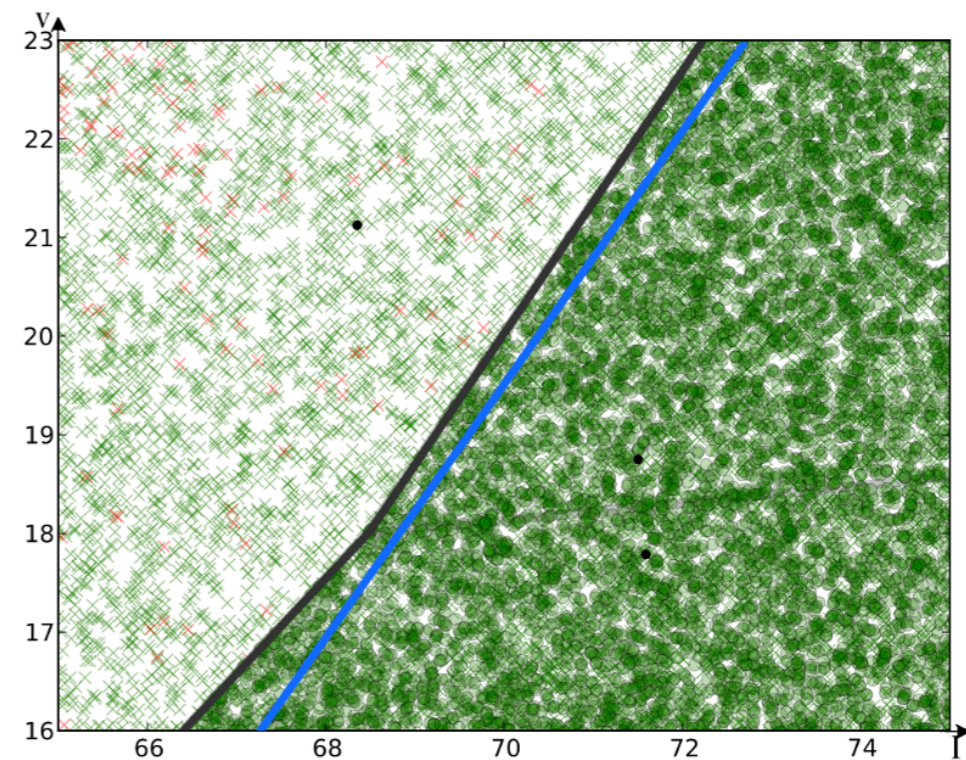




# Evaluierung: Sicherer Parameterraum:



(a) Parameterraum für eingeschränkt stochastisches Modell (Konfidenzniveau 99.9%,  $p_{max} = 0.06$ )



(b) Parameterraum für gleichverteilten Sensorfehler (Konfidenzniveau 99.99%,  $p_{max} = 0.0001$ )

schwarz: Statistische Parametersynthese  
 blau: Symbolische Worst-Case Analyse

## Fazit

- natürliche Erweiterung des statistischen Modell-Checking-Verfahrens um Parametersynthese

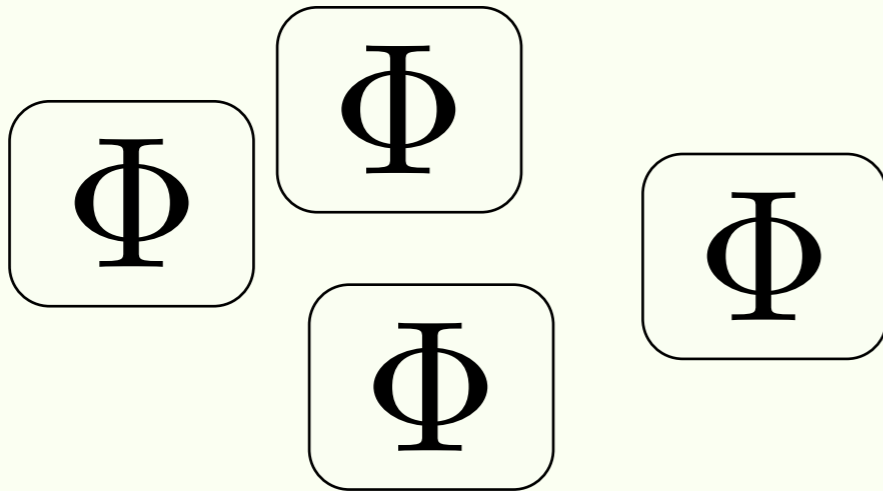
### Nachteile:

- Zusätzlicher Modellierungsaufwand für PSHA
- liefert nur probabilistische Garantien
- bei hoher Genauigkeit viele Stichproben benötigt

### Vorteile:

- Reiche Modellierungssprache
- Modelle müssen nur ausführbar sein
- leicht parallelisierbar

## Ausblick



Komplexere Eigenschaften

Optimierungen:

- Parallelisierung
- Importance Based Sampling



$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{y}_1 \\ \dot{\theta}_1 \\ \Delta \dot{\theta}_{12} \\ \dot{\alpha}_{L_1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin \theta_1 & 0 \\ \cos \theta_1 & 0 \\ \tan \alpha_{L_1} / L_1 & 0 \\ -\frac{\tan \alpha_{L_1}}{L_1} - \frac{\sin \Delta \theta_{12}}{L_2} - \frac{M_1 \cos \Delta \theta_{12} \tan \alpha_{L_1}}{L_1 L_2} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v_1 \\ \dot{\alpha}_{L_1} \end{pmatrix}$$

Komplexere Systeme

Vielen Dank für Ihre  
Aufmerksamkeit!



# Bildnachweis

[A] <http://object-e.net/tools/voronoi-3d-v0-1-ms>